

Universidade de Lisboa
Faculdade de Ciências
Departamento de Estatística e Investigação Operacional
Departamento de Informática



Workforce Scheduling
em Ambientes *Multiskilled*

Ana Raquel Duarte Godinho

Mestrado em Gestão de Informação
(Especialização em Gestão e Análise de Dados)

2009

Universidade de Lisboa
Faculdade de Ciências
Departamento de Estatística e Investigação Operacional
Departamento de Informática



Workforce Scheduling
em Ambientes *Multiskilled*

Ana Raquel Duarte Godinho

Dissertação sob orientação do Prof. Dr. João Miguel Paixão Telhada

Mestrado em Gestão de Informação
(Especialização em Gestão e Análise de Dados)

2009

Este trabalho é conducente à obtenção do grau de Mestre pela Universidade de Lisboa em Gestão de Informação.
O documento apresentado foi escrito utilizando o sistema de processamento de texto L^AT_EX 2.7

À minha família,

”The key is not to prioritize what’s on
your schedule, but to schedule your
priorities”

Stephen Covey

Resumo

Os processos de *Workforce Scheduling* têm uma importância elevada no contexto da gestão moderna de recursos humanos. A temática do *Workforce Scheduling* incorpora um conjunto vasto de subproblemas que surgem da necessidade dos responsáveis em dimensionar, ajustar e nivelar os seus recursos da forma mais adequada possível às realidades das suas operações. É fundamental articular previsões de necessidades com recrutamento e formação, bem como uma ajustada calendarização das tarefas. O *Workforce Scheduling* pode ter uma vertente operacional, ou uma componente estratégica, para a tomada de decisões. Para além da complexidade inerente à transversalidade do *Workforce Scheduling*, quando se trata de ambientes onde os recursos possuem capacidades para executar mais do que um serviço, a afectação de agentes a serviços ganha uma maior complexidade e importância. O facto de se tratar de ambientes *multiskilled* torna a possibilidade de combinações de tarefas vasta. Como forma de auxílio à tomada de decisões face aos horários dos agentes, é apresentado um modelo de resolução para problemas de calendarização de tarefas e recursos, no qual se define para cada tarefa as necessidades ao longo do tempo e o(s) *skill(s)* requerido(s) para a sua execução. O objectivo é afectar os recursos às tarefas de modo a satisfazer o melhor possível as necessidades colocadas, considerando os requisitos de negócio, as imposições feitas por parte do planeador, assim como as leis em vigor. É apresentado um modelo para a resolução do problema em programação linear, assim como outros modelos estendidos de modo a se estabelecerem comparações de resultados.

Palavras chave: *Workforce Scheduling*, *Staffing*, *Forecasting*, gestão operações, programação linear

Abstract

The Workforce Scheduling procedures have a high importance in the context of human resources management and its thematic incorporates a wide subset of problems. These problems arise from the managerial need of adjusting and optimizing resources in the most appropriate way, so that the proposed operational goals of the organization are met. In that way, it's fundamental to articulate the requisite analysis of the task at hand with the recruitment, training and resource scheduling for that same task. The several stages that compose the Workforce Scheduling are going to be presented in detail in two ways: as an operational procedure and as a strategic component for decision making. Even though the Workforce Scheduling is transversal to the service requisites, team dimensioning, and resource scheduling, it becomes specially complex and meaningful when an environment is such that its agents can perform more than one kind of service, due to the multitude of skill combinations that are possible between those same agents. As such, a scheduling model is presented that defines the skills and resources required during a certain time line for the fulfilment of each task, in a way that will help in the decision process of allocating those same tasks and resources. The final objective is to bind tasks and required resources in a way that the business, management and legal requisites of the task are satisfied. Other extended models, simplified, are also presented and some comparison of results is done.

Keywords: Workforce Scheduling, Forecasting, Staffing, Operations Management, Linear Programming

x

Agradecimentos

Esta dissertação não representa apenas o resultado de extensas horas de estudo, reflexão e trabalho durante as diversas etapas que a constituem. É igualmente o culminar de um objectivo académico a que me propus e que não seria possível atingir sem a ajuda de um número considerável de pessoas.

Dirijo um agradecimento muito especial aos meus pais, por terem sempre acreditado em mim, e ao longo de todos estes anos me terem inculcado o amor pelo estudo e ambição pela realização profissional e pessoal, entre outros valores pelos quais me rejo todos os dias.

À minha família pela tolerância, apoio, compreensão e carinho nas diversas fases da minha vida, mas em particular nesta fase de escrita onde muitas vezes deixei de atender às suas necessidades.

Aos meus bons amigos, pela amizade demonstrada ao longo de tantos anos mas também pelas oportunas manifestações de companheirismo e de encorajamento, que tanta falta nos fazem em momentos decisivos da nossa vida.

Last but not least, ao meu orientador, o Professor João Miguel Paixão Telhada pela sua tenacidade, paciência, sugestões, discussões e tempo que disponibilizou para a evolução e concretização deste projecto. Agradeço também a dedicação, compreensão e amizade patentes, pelos desafios cada vez mais complexos que me foi colocando na realização desta dissertação, e pelo estímulo e exigência crescentes que me foi impondo à medida que este trabalho caminhava para a sua conclusão.

Índice

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvi
1 Introdução	1
Motivação	1
Objectivos	2
Organização do documento	2
2 Workforce Scheduling	5
3 Caracterização do Problema	21
Contextualização	21
Conceitos	24
4 Modelação	37
Considerações iniciais	37
Formulação do problema	38
5 Processamento da Informação	55
Métricas (<i>Key Performance Indicators</i>)	55
Validação de <i>inputs</i>	59
Heurística	61
6 Modelos Alternativos e Resultados	67
7 Considerações Finais	75
Bibliografia	79

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de procura para um determinado serviço	7
2.2	Solução obtida com 2 agentes	9
2.3	Solução obtida com 3 agentes	9
2.4	Agentes disponíveis e necessidades dos serviços	10
2.5	Afectação obtida através de processo algoritmico	11
2.6	Etapas do WFS	12
2.7	<i>Skilling & Recruitment</i>	14
2.8	Algumas vantagens WFS	19
3.1	Disponibilidade para agentes diurnos(AD), nocturnos(AN) e liberais(AL) . .	26
3.2	Dia Zero	27
3.3	Serviço Zero	27
3.4	Bloco de afectações	28
3.5	Pausa Zero - Agente Nocturno	29
3.6	Pausa Zero - Agente Diurno	29
3.7	DurMinGoal: <i>false</i>	32
3.8	DurMinGoal: <i>true</i>	32
3.9	SobreAfect : <i>true</i>	34
3.10	SobreAfect : <i>false</i>	34
4.1	Variável x_{ijk}	39
4.2	Variável z^1 e z^2	41
4.3	Função ITrab e FTrab	42
4.4	Função ITrab e FTrab II	42
4.5	Restrição de afectação	44
4.6	Marcação de início e fim de bloco	45
4.7	Marcação início pausa zero	50

4.8	Fim de pausa-Início de bloco/Fim de bloco-Início de pausa	50
4.9	Permissão Fim de Pausa	52
4.10	Diagrama com as sequências de resolução	54
5.1	Bloco mínimo de trabalho para agentes noturnos, no dia zero	60
5.2	Duração mínima de trabalho, no dia zero, para um agente noturno	60
5.3	Posicionamento inicial para agentes não liberais	62
5.4	Procura período para iniciar afectação dos agentes não liberais	62
5.5	Exemplo de horário obtido para agentes não liberais	63
5.6	Verificação da disponibilidade do agente liberal	63
5.7	Heurística Agentes Liberais: verificação das necessidades dos serviços	63
5.8	Exemplo de horário para agentes liberais	64
5.9	Diagrama com todas as possibilidades de resolução do problema	65
6.1	Variável x_{ijkl}	68
6.2	Variável x_{ijk} e s_{ijt} e $f_{i,j,t}$	70
6.3	Modelos estendidos	72

Lista de Tabelas

2.1	Exemplo de durações de unidade de serviço	8
3.1	Tabela de <i>inputs</i>	31
5.1	Exemplo de métricas	56
5.2	Regras para os diferentes tipos de agente	61
6.1	Tabela Resultados	74

Capítulo 1

Introdução

Motivação

A realidade dos últimos anos mostra uma maior abertura a uma flexibilização do conceito de posto de trabalho que, em última instância, beneficia as empresas por via de uma gestão eficiente dos seus recursos, e também os trabalhadores pelo facto de conseguirem gerir de forma mais autónoma a sua relação com o trabalho, mas também pelo facto de incrementarem o grau de satisfação e de realização pessoal. Esta última consequência tem, por sua vez, um impacto muito positivo no rendimento profissional o que gera melhores resultados económico-financeiros à empresa, levando a que os ciclos económicos entrem num ritmo de crescimento. Um bom exemplo disso, e que serve de mote a este projecto, é o mercado de *outsourcers* de *call centers*. Esta área de negócio está em contraciclo com a actual situação económica e financeira mundial, apresentando resultados muito positivos e, no caso português, com um contributo para o PIB nacional superior a mil milhões de euros.

Num sentido lato, o *Workforce Scheduling* incorpora um conjunto vasto de subproblemas cujas decisões são interdependentes. Esses subproblemas surgem da necessidade do responsável em dimensionar, ajustar e nivelar os seus recursos da forma mais adequada possível às realidades das suas operações. Nesse sentido, é fundamental articular previsões de necessidades com recrutamento e formação, bem como uma ajustada calendarização dos recursos, suas férias e folgas.

Um outro aspecto relacionado com esta questão, e que incrementa a necessidade de uma gestão eficiente, é a possibilidade de se ter ambientes com recursos *multiskilled*. Isto é, uma vez identificadas as necessidades das tarefas, não só em termos quantitativos, mas fundamen-

talmente em termos de requisitos técnicos que coloquem, é importante saber quais os recursos habilitados à sua execução. As decisões tomadas, na temática do *Workforce Scheduling*, são um importante elemento para a eficiente dinamização dos recursos.

Objectivos

Ao longo deste projecto irá ser exposto com detalhe a estrutura genérica dos problemas de *Workforce Scheduling*, assim como o desenho e arquitectura deste tipo de sistemas contextualizado num cenário real. Irão também ser apresentados alguns modelos de decisão que funcionam como um suporte para o problema de operacionalização eficiente dos recursos. Para estes modelos de suporte serão estabelecidas medidas de desempenho que funcionarão como um barómetro relativamente à utilização e retorno dos recursos.

Numa fase final serão apresentados resultados computacionais obtidos, de forma a estabelecerem-se comparações entre eles, nomeadamente a nível de *gaps* e relaxações lineares.

Organização do documento

Este documento é composto por seis capítulos, incluindo o actual. O capítulo que se segue é dedicado ao enquadramento do *Workforce Scheduling* no contexto empresarial. São explicadas detalhadamente as fases que o constituem assim como a sua importância operacional e estratégica.

No capítulo 3 é feita a contextualização do problema, com a especificação de alguns conceitos importantes para melhor se compreender a fase de modelação.

O capítulo 4 é dedicado à apresentação de um modelo de decisão que, baseando-se nas necessidades dos serviços por unidade de tempo e na disponibilidade dos agentes, afecta agentes a serviços de acordo com os objectivos traçados.

No capítulo 5 apresentam-se medidas que visam analisar quantitativa e qualitativamente a qualidade das soluções obtidas. É também descrito um sistema de validação de *inputs* que visa filtrar situações em que há incompatibilidade de parâmetros. Finalmente, é apresentada uma heurística construtiva para a obtenção de uma solução inicial para o problema.

No capítulo 6 são apresentados modelos alternativos, e para algumas instâncias são testados e analisados os tempos de execução e os resultados obtidos, como instrumento de comparação de variáveis.

O capítulo final faz um pequeno resumo de todo o trabalho desenvolvido, e indica que direcções poderão ser tomadas futuramente como forma de criar uma ferramenta de apoio à decisão completa que auxilie os gestores.

Capítulo 2

Workforce Scheduling

Os métodos de gestão de negócios nos dias de hoje mudaram. O acesso à informação aumentou, assim como o detalhe da mesma, introduzindo novas metodologias e formas de tratar. Na década de 80 começa a surgir o *Business Intelligence*, um conjunto de conceitos e métodos ainda utilizados nos dias de hoje e que visam melhorar a capacidade de tomada de decisões, utilizando sistemas baseados em factos do negócio. Tendo como base a informação recolhida, a sua análise permite aos gestores tomar decisões operacionais conhecendo de facto onde se encontra a sua organização relativamente ao mundo empresarial, mas mais importante, permite definir estratégias, classificar, segmentar, estimar e prever percepções e entendimentos sobre o seu modelo de negócio [6].

Com a introdução de novos métodos para solucionar os problemas relacionados com os modelos de negócio, começam também a surgir outras formas de dinamizar o negócio, nomeadamente através da gestão eficiente dos recursos disponíveis. A gestão de recursos é um problema actual e as empresas começam a dar-lhe maior importância, encarando a gestão eficiente desses recursos como uma forma de dinamizar a empresa, melhorar a qualidade dos seus serviços e até aumentar os seus lucros. Começa-se a compreender que o posto de trabalho tal como era visto há alguns anos já não se enquadra nos novos modelos de gestão. As alterações ao código do trabalho têm sido direccionadas para a flexibilização do posto de trabalho, deixando para trás o conceito de horário fixo. Na sociedade moderna os horários laborais são cada vez mais distintos, seja por imposição da entidade empregadora ou muitas vezes por preferência do colaborador. A diversidade de horários está relacionada com a natureza operacional das empresas permitindo alargar o espectro de negócio. As empresas também têm apostado na formação dos seus recursos, habilitando-os a trabalhar

em mais que um serviço como forma de melhorar o desempenho do negócio. O facto de os colaboradores estarem habilitados para trabalhar em mais que um serviço permite dinamizar, por um lado a escolha de horários, e por outro, o número de recursos necessário para garantir o bom funcionamento do negócio. A cada capacidade que os colaboradores adquiram, ou já possuam, dá-se o nome de *skill*. Muitas vezes é necessário que os colaboradores possuam mais que um *skill* para serem afectos a tarefas, ou seja, há tarefas que exigem mais que uma capacidade para poderem ser realizadas. A gestão eficiente das capacidades que cada colaborador deve adquirir ao nível da empresa é também uma decisão estratégica de grande relevância para o negócio.

Embora as empresas continuem a ter a preocupação dos objectivos a cumprir ou lucros a atingir, a satisfação dos colaboradores é também encarada como uma forma de atingir esses objectivos. Está provado que a produtividade dos colaboradores está directamente relacionada com a sua satisfação. Um colaborador satisfeito é certamente mais produtivo que um que se sinta pouco motivado com as suas tarefas, ou insatisfeito de um modo geral com o seu emprego. Sabendo que se está a atravessar um momento de crise mundial, onde as empresas tentam combater os maus resultados, a flexibilização do posto de trabalho pode ser encarada como uma forma de revolucionar o meio empresarial. Com o surgimento destes novos modelos de gestão, o *Workforce Scheduling* (WFS) ganha uma importância maior.

O WFS centra-se no dimensionamento, ajuste e nivelamento dos recursos disponíveis, tanto para a situação presente como perspectivando cenários futuros, tornando-se uma ferramenta muito útil ao responsável de recrutamento de uma empresa [3]. O WFS divide-se fundamentalmente em três processos: *Forecasting*, *Staffing* e *Scheduling*. Entre outras questões colaterais, estas três áreas de intervenção cobrem por completo a tarefa da programação operacional dos serviços. Para uma efectiva programação é necessário percorrer todo um caminho, desde a auscultação do mercado até à execução dos serviços. Uma harmonização e eficiente transformação da informação é vital para que este fluxo processual decorra de forma eficaz. Deste modo, a passagem pelos três processos que constituem o WFS é importante para se obter boas previsões tanto para os níveis de serviço [7], como para as necessidades de recrutamento.

Os processos de *Forecasting* são importantes para identificar e antecipar flutuações na procura dos serviços, mas também entender as tendências do passado de modo a prever, o mais correctamente possível, as necessidades futuras. O *Forecasting* incide especialmente na construção das curvas de procura de um serviço, devendo estar preparado para uma

súbita alteração de factos, de forma a ajustar da melhor forma a previsão à realidade futura. A projecção de curvas de procura para serviços, seja numa fase inicial ou numa fase de maturação do negócio, é sempre importante para a previsão de recursos necessários [2]. Nesta fase do processo é apenas estimado, para os diferentes serviços, o volume de trabalho requerido por unidade de tempo.

Dado que do processo de *Forecasting* resulta apenas o volume de serviço a prestar, surge a necessidade de traduzir esses valores no dimensionamento da força de trabalho necessária para o concretizar. Introduce-se assim o *Staffing*, que designa o processo ou conjunto de processos onde se determina o número de recursos necessários em função do nível de serviço pretendido. Esta quantificação de recursos, fundamental não só do ponto de vista operacional como também do ponto de vista estratégico, é obtida a partir da estimação de tempos de serviço, de tempos de espera, e de outros parâmetros importantes para o bom funcionamento do sistema. As empresas reconhecem que para manter os níveis de competitividade, num ambiente que está em constante alteração, é necessário definirem nas suas estratégias a longo prazo o recrutamento a executar, assim como a formação a dar, de forma a assegurarem que os *skills* dos agentes vão ao encontro das necessidades do negócio.

De acordo com os conceitos anteriormente referidos apresenta-se um exemplo que pretende reforçar a importância dos modelos de *Staffing*, ou seja, do correcto dimensionamento da força de trabalho. Considere-se então que a procura prevista num certo horizonte temporal, para um determinado serviço, é dada pelo gráfico representado na figura 2.1.

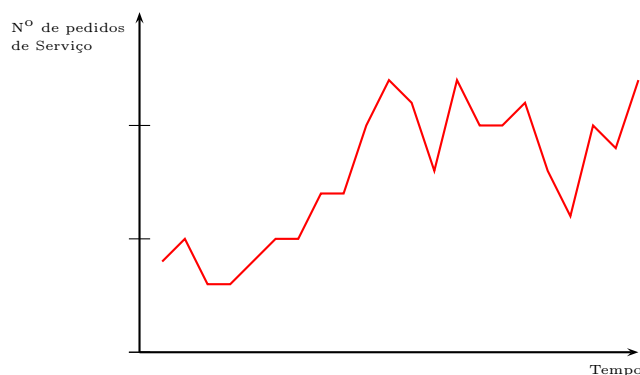


Figura 2.1. Exemplo de procura para um determinado serviço

A concretização da procura configura um processo dinâmico, de natureza estocástica. Considere-se para um certo intervalo de tempo que se verificaram os seguintes acontecimentos de procura. Para cada um é indicado o seu instante de chegada (requisição de serviço) e a sua

duração (contando a partir do instante em que o serviço começa a ser prestado). Suponha-se que algumas unidades de serviço tiveram as durações que se encontram representadas na tabela 2.1.

Unidade Serviço	Chegada	Duração
1	10:00	3min
2	10:01	4min
3	10:02	4min
4	10:04	5min
5	10:06	2min

Tabela 2.1. Exemplo de durações de unidade de serviço

Neste cenário, admite-se que os agentes eventualmente disponíveis são *monoskilled*, ou seja, com formação para trabalhar num só serviço.

Naturalmente que a efectivação dos serviços depende do número de agentes disponíveis (servidores). Por exemplo, considerando apenas um agente disponível, seriam necessários 18 minutos para concluir todos os serviços, colocados em sequência ininterruptamente, com o consequente atraso no cumprimento de alguns *.

Considerando agora que se dispõe de dois agentes *monoskilled*, as afectações de serviços resultantes seriam as que se encontram na figura 2.2. Note-se que a seta vertical representa, para as unidades que não tiveram início aquando da chegada, o instante de chegada ao sistema. Está também representado, para esses serviços, o tempo de espera até se dar início à realização. Como se observa nessa figura, as unidades de serviço 3, 4 e 5 não teriam início no horário que estava estipulado. Esse acontecimento poderia levar, por exemplo, a uma quebra no nível de serviço ou a um atraso na elaboração de todos os serviços, já que um atraso num serviço pode ser o suficiente para o incumprimento de todos os que lhe são subsequentes. Com a distribuição de serviços representada na figura 2.3 já seria possível iniciar as unidades de serviço dentro do horário estipulado.

O exemplo demonstra que o dimensionamento correcto dos agentes é importante para assegurar o bom funcionamento do sistema, dado que uma má previsão da força de trabalho leva a que os requisitos impostos não sejam muitas vezes cumpridos. Não se quer com isto afirmar que quanto maior for a força de trabalho melhor é a solução para o problema de dimensionamento dos recursos, até porque as contratações acarretam custos. Quer-se apenas reforçar a ideia de que o processo de *Staffing* é importante, já que encontrar o equilíbrio entre

*Considerar-se-á, para efeitos de simplificação, uma lógica FIFO em todo o trabalho

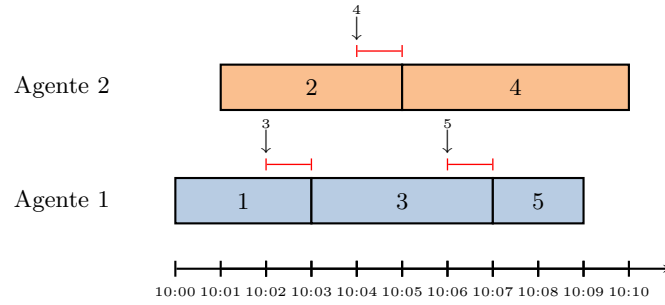


Figura 2.2. Solução obtida com 2 agentes

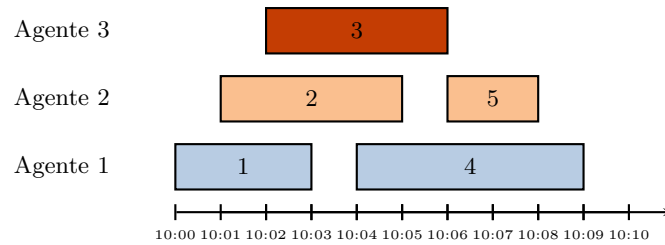


Figura 2.3. Solução obtida com 3 agentes

o correcto dimensionamento da equipa e o custo associado às respectivas dimensões da força de trabalho é uma decisão estratégica de grande relevância no processo de WFS, como adiante será melhor referido.

A etapa final da operacionalização, o *Scheduling*, representa o procedimento que consiste em atribuir os serviços a cada um dos agentes [5]. Esta atribuição deverá respeitar todas as regras impostas, nomeadamente as que se encontram definidas na lei bem como as que a empresa possa ter como pré-definidas. O processo automatizado e optimizado de gerar estas atribuições deve permitir criar as combinações ideais para que, a todo o momento e em cada serviço, se atinjam níveis de serviço próximos do pretendido. Por outro lado, esta geração de horários deverá ainda controlar facilmente a atribuição de folgas, de férias ou, até mesmo, de pausas intradiárias. O processo de *Scheduling* possibilita um agendamento detalhado das tarefas para que a produtividade dos recursos seja máxima, tendo sempre como objectivo a redução de custos, não só optimizando a utilização dos agentes, mas também minimizando o tempo gasto em agendamento das tarefas.

Considere-se agora outro exemplo ilustrativo onde a figura 2.4 apresenta, do lado es-

querdo, os agentes disponíveis para efectuar diferentes serviços. A cada cor corresponde um determinado *skill*. Por motivos de simplificação, assume-se que existe uma relação biunívoca entre *skill* e serviço. Isto é, um serviço só requer um *skill* e um determinado *skill* identifica univocamente um serviço. Em situações reais, os serviços podem exigir um conjunto variado de *skills*. Os agentes que só possuam um subconjunto próprio dos *skills* de um certo serviço não o poderão desempenhar, terão mesmo que ter todos os *skills* exigidos para o cumprir. Neste exemplo um agente tem, no máximo, formação para dois serviços. Do lado direito, estão representadas as diferentes necessidades de cada serviço num certo período. Note-se que este exemplo situa-se já depois da questão do dimensionamento da equipa. Considere-se então que existem dez agentes com os *skills* apresentados, e as necessidades requeridas correspondem a solicitações para um determinado período de tempo. Para esse instante de tempo existem várias requisições para diferentes serviços. Suponha-se que para esse momento as necessidades dos serviços são as que estão representadas do lado direito da figura 2.4.

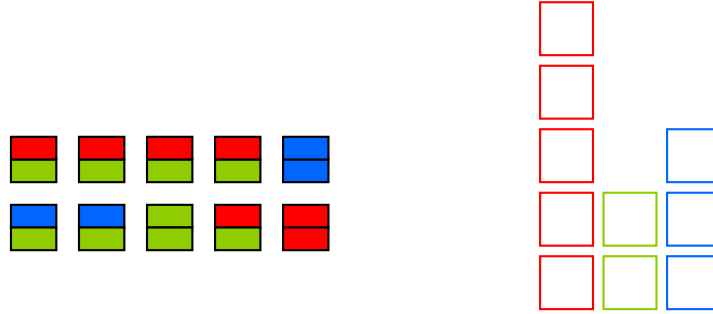


Figura 2.4. Agentes disponíveis e necessidades dos serviços

Para preencher as necessidades, caso fosse utilizado um processo sequencial o método utilizado seria, por exemplo, afectar em primeiro lugar os agentes que só possuam um *skill*, dado que só poderão operar num serviço. Seguidamente escolher agentes que tenham formação para o serviço, sem considerar os outros *skills*, ou seja, de um conjunto de agentes com as respectivas formações é retirado indiferenciadamente um agente com formação para executar o serviço. A solução obtida por este processo é a que está representada na figura 2.5.

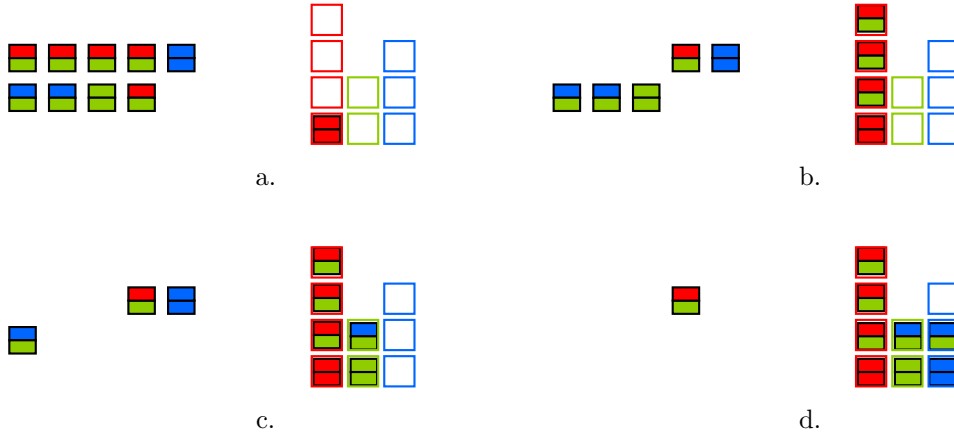


Figura 2.5. Afectação obtida através de processo algoritmico

Neste processo de afectação, representado na figura 2.5, considerando que o primeiro serviço a receber agentes será o que está representado pela cor vermelha, o primeiro agente a ser destacado para o serviço será naturalmente o que apresenta formação apenas para esse serviço [figura 2.5.a]. O passo seguinte é preencher por completo o serviço. Para tal, basta que o agente tenha *skill* para desempenhar o serviço para poder ser destacado [figura 2.5.b]. O processo anterior repete-se para os serviços representados a verde [figura 2.5.c] e a azul [figura 2.5.d]. Em qualquer um dos casos, é sempre escolhido em primeiro lugar o(s) agente(s) que possuam apenas um *skill*, e só depois os outros.

Neste caso, a solução obtida através de um método de afectação sequencial não é desejável dado que as necessidades não são todas cumpridas, havendo agentes que não são utilizados. A utilização de métodos sequenciais não garante a qualidade da solução obtida. Um processo de optimização assegura que, dentro do possível e com um objectivo devidamente ajustado, se cubram as necessidades pretendidas, dentro dos parâmetros exigidos. Com a utilização deste tipo de método, em alternativa aos algoritmos, os ganhos são maiores já que com modelos de optimização os resultados obtidos são, do ponto de vista matemático, os melhores resultados possíveis. O exemplo anterior demonstra bem que um processo heurístico pode conduzir a uma solução suboptimal. Em contraposição, a construção de modelos de optimização é bastante complicada. É então possível deduzir que um processo de *Scheduling* não deverá ser menos complexo que qualquer um dos outros referidos anteriormente. Essa complexidade

ganha especial expressão quando for introduzido o elemento temporal nomeadamente no que isso acarreta em termos de combinações de disponibilidade de agentes, pausas, entre outros.

Pelo que foi exposto, o WFS incorpora um conjunto vasto de subproblemas cujas decisões são interdependentes. Esses subproblemas surgem da necessidade do planeador em dimensionar, ajustar e nivelar os seus recursos da forma mais adequada possível à realidade das suas operações. Nesse sentido, é fundamental estruturar as previsões de necessidades com recrutamento e formação, bem como um ajuste da calendarização dos recursos, incluindo férias e folgas. A figura 2.6 apresenta um resumo dos processos descritos e que globalmente caracterizam o WFS, do ponto de vista operacional.

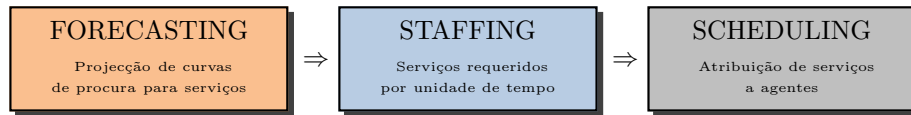


Figura 2.6. Etapas do WFS

Um outro aspecto relacionado com o correcto dimensionamento da força de trabalho, e que reforça a necessidade de uma gestão eficiente, é a possibilidade de se ter ambientes com recursos *multiskilled*. Cada recurso poderá ter habilitação para executar mais do que uma tarefa, capacidade essa que poderá ser adquirida no âmbito da empresa ou ser fruto do processo de recrutamento. No processo de formação dos agentes, o *skilling*, é importante definir previamente que competências é que cada um deve adquirir. O facto de cada agente poder ter formação para mais que um serviço torna o sistema de formação dos agentes também uma decisão importante a tomar por parte do gestor [9]. Não existem regras previamente definidas para formar um agente para um serviço, mas é evidente que quanto maior for o número de *skills* que um agente tem, mais importante ele se pode tornar na afectação de serviços. Por outro lado, dar formação a um agente para um determinado serviço tem custos associados, e a não utilização de agentes em tarefas para as quais ele tem formação, irá causar um aumento dos custos indirectos associados à formação dos agentes.

Pelo que se expôs, a formação a dar aos agentes é uma decisão estratégica importante, onde é necessário encontrar o equilíbrio entre número de serviços para o qual se deve formar o agente, e os serviços em que o agente é efectivamente utilizado, centrando-se sempre na minimização do desperdício de recursos. Mesmo que as empresas optem por apostar no *skilling* dos seus recursos, com o aumento do volume de negócios irão certamente entrar

numa fase de *recruitment*. Este processo caracteriza-se por escolher o tipo de colaboradores a contratar. Na fase de *recruitment* é importante definir quais os *skills* que os agentes têm de ter para poderem ser contratados. Note-se que estes novos agentes, embora possuam alguns *skills*, provavelmente também terão de passar pelo processo de *skilling* devido à especificidade do negócio onde se vão inserir. Existem *skills* que só poderão ser adquiridos na âmbito da empresa, facto que se deve às características intrínsecas de cada modelo de negócio. Existe assim uma combinação estratégica entre *recruitment* e *skilling*, já que os custos associados a qualquer uma das decisões são um dos factores determinantes para tomadas de decisão por parte dos gestores (figura 2.7).

As decisões associadas aos processos de *recruitment* e *skilling* constituem igualmente, na temática do WFS, um elemento importante para uma eficiente dinamização dos recursos, pelo que é possível deduzir que as opções tomadas, nestas matérias, tomam um carácter estratégico. A abordagem *multiskilled* incrementa a complexidade das decisões a tomar, pelo que um modelo de optimização para o processo de *Scheduling* ganha uma maior importância já que tem de lidar, para além de todos os factores já mencionados, com a multidisciplinidade dos recursos.

Os modelos de WFS são utilizados em variadíssimas áreas. Por exemplo, em hospitais, para a optimização de horários de enfermeiros [†], onde as escolhas de *Staffing* e *Scheduling* devem ser feitas de forma a que os resultados reflectam a optimização dos horários e da quantidade de recursos necessários de forma a garantir os cuidados dos pacientes. A optimização dos recursos é fundamental para evitar situações em que haja um evidente défice de pessoas especializadas. Muitas vezes, quando ocorrem cortes orçamentais, os primeiros a ser efectuados são na contratação/renovação de pessoal. Uma boa calendarização dos horários dos enfermeiros pode ser uma forma de evitar a falta de recursos especializados, melhorando a qualidade de vida dos utentes dos hospitais.

Outra área onde os modelos são muito utilizados é na gestão dos serviços prestados pelas empresas de *handling* aeroportuário [‡]. Estas empresas estão encarregues de fazer todos os serviços prestados em terra de apoio aos aviões, passageiros, bagagem, carga e correio. De entre os vários serviços que prestam podem destacar-se as manutenções de rotina, a gestão dos parqueamentos, o carregamento e descarregamento de bagagens, a limpeza interna e externa dos aviões, entre outros. Uma gestão eficiente do pessoal é fundamental para que os serviços de assistência sejam correcta e eficientemente cumpridos.

[†]ver [8] para descrição do problema

[‡]ver [4] para descrição do problema

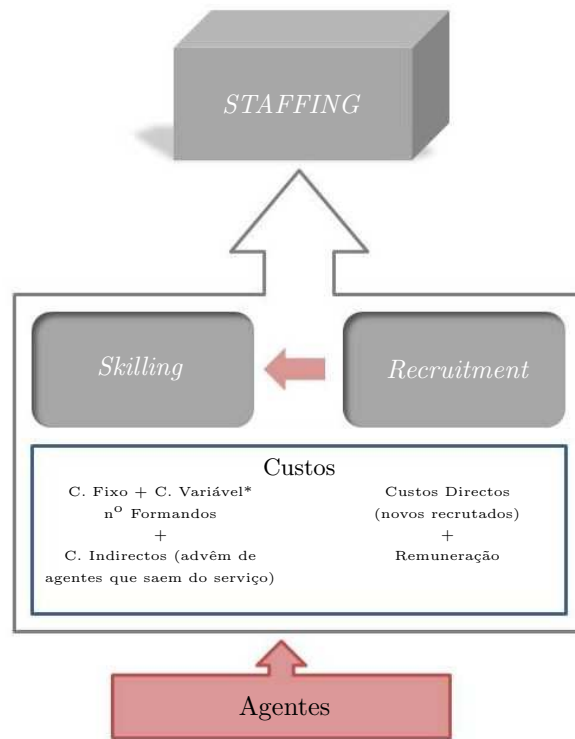


Figura 2.7. *Skilling & Recruitment*

Os modelos de WFS adequam-se nestes casos e em todos os que se caracterizem por ter uma quantidade significativa de recursos, onde cada recurso tem formação para operar em mais que um serviço, e que têm de se alternar entre si em diferentes horários, ou seja, em todos os sistemas onde existem grupos de necessidades específicas em determinado intervalo de tempo, não podendo haver lugar para falhas para que se consiga cumprir os níveis de serviço desejados.

A optimização de horários pode proporcionar enormes benefícios às empresas. Porém, os sistemas de apoio à decisão exigem cuidado e rigor na sua implementação de modo a satisfazer as necessidades dos clientes de forma económica e simultaneamente cumprir requisitos relacionados com preferências dos colaboradores, flexibilidade dos horários de trabalho e equidade nos turnos. Cada sector tem o seu próprio conjunto de problemas e deve ser analisado de acordo com as suas características.

No âmbito desta dissertação será abordado o problema de WFS no contexto de *Contact Centers*. Os *Contact Centers* são compostos por estruturas físicas e de pessoal, e têm por objectivo centralizar a recepção de chamadas telefónicas, distribuindo-as automaticamente aos agentes. Os serviços prestados em *Contact Centers* vão desde a realização de pesquisas de mercado ou vendas, até à retenção de clientes, entre outros serviços efectuados seja por telefone, *web*, *chat* ou *e-mail*. Habitualmente, os *Contact Centers* prestam serviços a grandes empresas no apoio à gestão dos seus clientes actuais, ou futuros clientes. Este método de centralização dos recursos físicos permite aumentar a produtividade dos próprios agentes, já que possuem ferramentas bastante desenvolvidas e um grande *know-how* na área de atendimento. Ao mesmo tempo, fornecem às organizações a capacidade de adquirirem uma visão mais precisa sobre os seus clientes. Esta visão reflecte-se a várias dimensões, quer numa vertente de negócio, quer numa vertente de gestão das interacções com os seus clientes. Estas funcionalidades permitem criar perfis de cliente, que vão possibilitar uma maior adequação da oferta às suas necessidades e em alguns casos antecipar essas mesmas necessidades. Esta área de negócio parece estar em contraciclo económico, já que a economia mundial está a atravessar um período conturbado, e os negócios ligados a *Contact Centers* estão em expansão, todos eles apresentando bons resultados e aumento de lucros.

Do ponto de vista operacional, o funcionamento perfeito de um *Contact Center* seria ter exactamente o número de recursos necessários em cada período de tempo de modo a que nenhuma chamada ficasse em espera e que nenhum operador estivesse inactivo, ou seja, sem estar a atender ou a realizar uma chamada. A verdade é que a realidade é bem distinta, por uma variedade de factores. O padrão de chegada de chamadas é bastante complexo e para se obter uma aproximação da realidade existem modelos de previsão já desenvolvidos para estimar o número de chamadas num determinado intervalo de tempo. Embora os modelos de previsão possam dar ao planeador uma ideia do número necessário de recursos, a volatilidade do número de chamadas em certos intervalos de tempo, assim como o elemento estocástico associado à duração das mesmas, faz com que muitas vezes a previsão esteja afastada da realidade. Porém, uma vez identificado o número de chamadas previsto, não só em termos quantitativos, mas fundamentalmente em termos de requisitos técnicos, é importante saber quais os recursos habilitados à sua execução. Partindo do universo dos recursos já existentes, e tendo como base os níveis de serviço previstos, há que optar por contratar novos recursos ou formar os já existentes. Em qualquer um dos casos é necessário determinar que formação dar aos agentes, ou seja, os processos de *skilling* e *recruitment* têm uma importância estratégica vital para a optimização do sistema de negócio.

A realidade *call-center* envolve dois tipos de operações: o *outbound* e o *inbound*. No primeiro caso o assistente faz as chamadas para os potenciais clientes de um serviço, não fazendo sentido utilizar-se um modelo de previsão. Nestes casos a produtividade de um operador advém directamente do número de chamadas que efectua, assim como o sucesso das mesmas (entenda-se por sucesso fazer uma venda, ou algo que possa ser considerado equivalente). No caso do *inbound* o operador recebe chamadas, normalmente relacionadas com serviços de apoio a cliente. É para estes casos que os modelos de previsão mais se adequam, já que o tempo que uma chamada pode durar, assim como o número de chamadas em espera são factores resultantes do processo de previsão de chamadas. Com a conjunção destes factores e de outros estima-se que seja cumprido o nível de serviço desejado. Sendo o nível de serviço a percentagem média de chamadas atendidas, para serviços de *inbound*, é talvez uma das medidas mais importantes para avaliar a qualidade dos serviços prestados pelo *call-center*.

Neste estudo consideram-se maioritariamente serviços de *inbound* mas em qualquer uma das realidades é necessário formar os recursos para as suas tarefas. É aí que se colocam as questões: Que formação dar aos operadores? Será que todos devem estar habilitados a trabalhar em todos os serviços? É com estas incertezas que os planeadores se deparam, as quais se pretende controlar através de modelos consolidados de *Staffing*. Neste modelo de negócio é frequente um agente poder estar afecto a mais que um serviço ao longo do dia, e a formação a dar é também uma decisão tomada pelo planeador. Como tal, o sistema de apoio à decisão deve contemplar que formação dar aos agentes já que é uma decisão estratégica importante para a optimização do número de recursos a utilizar/contratar e que se repercute nos lucros [1]. Com os recursos contratados e devidamente formados há que lhes atribuir um horário. Esta fase do processo não é menos complicada que qualquer uma das anteriores já que cumprir todos os requisitos impostos anteriormente, juntamente com as leis laborais em vigor, não é um processo imediato.

Um dos casos que serviu de base para este projecto foi a realidade de uma empresa pertencente a uma multinacional da indústria de centros de contacto, pioneira na implementação de modelos de *Scheduling* e que já está a colher os frutos da sua aposta. Esta empresa, preocupada com as metas a atingir, com a qualidade dos seus serviços e com a satisfação dos seus colaboradores tem um sistema único em Portugal que se baseia na disponibilidade dos colaboradores. Neste caso, os operadores dizem, com a devida antecedência, em que períodos do dia lhes seria mais favorável estar a trabalhar e será nesse horário que irão estar afectos a

serviços. Imagine-se por exemplo um indivíduo que apresenta um padrão de disponibilidade parcial diferente em cada dia, ou seja, uns dias prefere ir de manhã, outros à tarde. Poder escolher o horário em que trabalha é realmente uma revolução no mundo do emprego, favorável a empregados e empregadores, já que os primeiros podem gerir os seus dias de forma dinâmica e conjugar várias actividades, e as empresas sabem de antemão que recursos vão estar disponíveis e com este tipo de técnicas diminuem a rotatividade dos seus colaboradores e as taxas de absentismo. Como foi referido inicialmente, com as alterações ao código do trabalho e a consequente flexibilização do posto de trabalho, os modelos de *Scheduling* devem contemplar o planeamento de folgas e férias dos colaboradores de modo a saber-se quais os recursos disponíveis num determinado momento. Neste caso, apenas estão modelados aspectos relacionados com as pausas, como já foi referido, e com as folgas, onde para cada agente se indica de quantos em quantos dias tem folga, e quantos dias consecutivos está de folga. O modelo não contempla atribuição de folgas em dias não consecutivos. O planeamento prévio de pausas, férias, folgas e outros aspectos relacionados com a ausência de recursos é mais uma forma de dar robustez ao modelo, já que num cenário ideal tudo deveria estar modelado.

No âmbito do WFS têm surgido muitos problemas de optimização de horários que, embora partilhem alguns aspectos, são distintos na sua essência devido às particularidades do modelo de negócio onde se inserem. Essas particularidades dificultam a criação de um modelo único de resolução de problemas de WFS, aplicável a todos os problemas. Optou-se assim por criar um modelo altamente parametrizável para que seja possível adaptar-se ao maior número de situações. Contrariamente a outros modelos já existentes, neste não existem turnos previamente definidos, ou seja, o optimizador tem liberdade para criar os horários, podendo no limite atribuir um horário diferente para cada agente. Optou-se por este método de resolução já que pré-definir turnos é estar a limitar a solução, dado que a melhor solução para o problema pode não passar por fazer o tradicional horário das 9h às 18h, ou qualquer outro previamente estipulado.

Com a implementação de modelos de *Scheduling* pretende-se determinar que tarefas devem ser realizadas e em que períodos de tempo, já que a procura de um serviço pode variar de dia para dia, de hora para hora ou até de minuto para minuto. Com uma estimativa viável da procura é desejável fazer uma boa alocação dos recursos. Nem sempre as empresas estão num cenário ideal, que passa por ter os recursos necessários sempre disponíveis. Caso a antecipação do volume de trabalho esteja acima do necessário então estaremos numa situação de *overstaffing*, que se traduz como sendo uma solução onerosa para a empresa já que esta

passa a ter recursos a mais, não tendo necessidade de os utilizar na íntegra [figura 2.8 (b)]. Note-se que uma má afectação dos recursos pode também promover este tipo de situação, não tanto a nível local, ou seja, num serviço específico, mas a um nível global, já que um mau *scheduling* dos recursos como um todo, pode criar situações em que existem mais agentes do que necessário. No caso em que a previsão do volume de trabalho fica abaixo do realmente necessário está-se numa situação de *understaffing*, igualmente nefasta para a empresa, já que os objectivos definidos não são cumpridos, resultando num serviço de má qualidade onde os níveis de serviço desejados não são atingidos. Nos casos em que existe um grande défice de recursos contratados face aos realmente necessários, normalmente, os recursos contratados têm de fazer horas extra [figura 2.8 (a)]. Estas situações também provocam um aumento de custos, o que não é desejável.

Como já foi referido a satisfação dos colaboradores é importante para o funcionamento geral do sistema, provocando muitas vezes o aumento de produtividade dos mesmos. A conjugação destes factos reflecte-se no desempenho orçamental da empresa [figura 2.8 (c),(d),(e)].

Equilibrar o volume de trabalho e os recursos necessários para atingir o nível de serviço desejado é a essência de WFS [figura 2.8 (f)]. A responsabilidade não termina com a produção de horários óptimos já que existem mudanças inesperadas no estado do colaborador que devem ser constantemente monitorizadas de modo a que seja possível fazer ajustamentos face à alteração das circunstâncias. Tendo como objectivo a optimização global do sistema, constroem-se horários, constituídos por serviços, que da melhor forma tentam corresponder à natureza flutuante da procura.

Ao longo deste capítulo pretendeu-se explicar detalhadamente os conceitos que estão por detrás de todas as etapas do WFS. Embora seja reconhecida a importância de todas elas, sabe-se que as etapas de *Forecasting* e *Staffing* são as mais aprofundadas em estudos já elaborados. Relativamente à etapa de *Scheduling*, grande parte dos sistemas já desenvolvidos são de natureza algorítmica, produzindo resultados nessa perspectiva, mas que não dão qualquer garantia de qualidade às soluções obtidas. Assim, de seguida apresenta-se um modelo de optimização que pretende, da melhor forma e de acordo com os objectivos traçados por parte do planeador, produzir horários para agentes de forma coerente, considerando as regras de negócio, as leis em vigor e outros aspectos que são explicados detalhadamente no próximo capítulo. O modelo desenvolvido pretende ser uma ferramenta de auxílio aos gestores/planeadores das empresas que prestem serviços a vários clientes, que possuam uma grande quantidade de recursos e que pretendam optimizar a utilização dos mesmos.

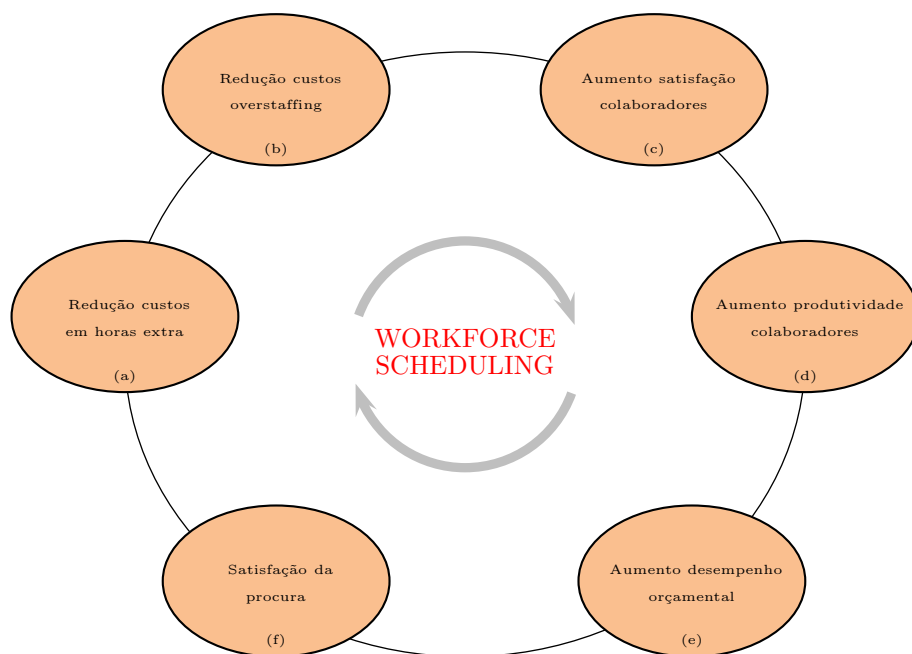


Figura 2.8. Algumas vantagens WFS

Capítulo 3

Caracterização do Problema

Contextualização

Devido à crescente complexidade do cenário empresarial, as empresas têm optado por desenvolver ou adquirir ferramentas de auxílio ao processo de gestão. A eficiência dessas ferramentas tem grande importância, melhorando o desempenho das organizações.

Neste sentido, a gestão empresarial tem-se voltado mais para as questões operacionais que se baseiem em melhorias de resultados a curto prazo, em detrimento da visão a longo prazo. Estas mudanças de estratégia devem-se a mudanças que afectam directa ou indirectamente o meio empresarial, como o surgimento de recessões, a sobreposição do mercado livre à economia planificada ou até a globalização dos mercados.

Na tentativa de satisfazer as necessidades dos consumidores, os empresários começam a dar valor a conceitos associados à qualidade dos seus serviços com o objectivo de acompanhar as constantes mudanças económico-sociais que ocorrem. É através de informações concretas sobre o funcionamento dos sistemas que é possível traçar estratégias que visam dar à empresa uma postura sólida e estruturada que lhes permita, por um lado, atingir os objectivos pretendidos e, por outro, ter uma total e concreta noção da disponibilidade de recursos, sejam eles financeiros, humanos, tecnológicos, materiais, entre outros.

O cenário competitivo actual, onde a necessidade de aperfeiçoamento dos processos produtivos, a eficiência na geração de receitas, a necessidade constante de redução de desperdícios e consequentemente de custos, tem levado as empresas a aperfeiçoarem os seus mecanismos de gestão e de análise de resultados. Na busca dos bons resultados empresariais, os gestores

necessitam de novas ferramentas que lhes permitam minimizar os riscos associados a tomadas de decisão. A melhor forma para alcançar esse objectivo é recorrer a técnicas matemáticas e estatísticas que os auxiliem no processo de gestão, sendo a Investigação Operacional (IO) o ramo da matemática que consegue dar resposta aos problemas de apoio à decisão.

A IO nasceu durante a Segunda Guerra Mundial, quando os Aliados se viram confrontados com problemas de natureza logística, tática e estratégia militar de grande dimensão e complexidade. Fizeram-se desde então grandes desenvolvimentos técnicos e metodológicos que hoje, com o apoio de meios computacionais de crescente capacidade e disseminação, nos permitem trabalhar enormes volumes de dados sobre as actividades das empresas e, através de adequados modelos de base quantitativa, ensaiar e avaliar linhas de acção alternativas e encontrar as soluções que melhor servem os objectivos das organizações. Face ao seu carácter multidisciplinar, a IO estende os seus contributos por praticamente todos os domínios da actividade humana, desde a engenharia à medicina, passando pela economia e a gestão. A IO tem vindo a desenvolver um conjunto de métodos e modelos matemáticos aplicados à resolução de complexos problemas, entre estes modelos destacam-se os modelos de Programação Linear (PL). A PL surge como auxílio às estratégias de gestão e a sua utilização tem sido fundamental aos gestores para minimizarem os riscos das suas decisões.

Num problema de optimização, onde se inserem os problemas de PL, pretende-se maximizar ou minimizar uma quantidade específica, designada por função objectivo. A formulação do problema é ainda constituída por restrições, que são equações ou inequações também de natureza linear, que delimitam o espaço de soluções do problema. De um ponto de vista genérico uma formulação em PL pode ser dada por

$$\begin{aligned} \max/\min f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ &\text{e} \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) &= a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \end{aligned}$$

onde c_j e a_{ij} ($i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$) são constantes conhecidas.

A PL é uma programação matemática em que a função objectivo e as restrições assumem características lineares, e que tem diversas aplicações na gestão, normalmente envolvendo

problemas de utilização dos recursos ou meios disponíveis, na busca da utilização otimizada dos mesmos.

Ainda dentro da PL existe a Programação Linear Inteira (PLI) e Programação Linear Mista (PLM). A primeira caracteriza-se por ser constituída somente por variáveis inteiras, enquanto que no caso da PLM existem variáveis inteiras e outras não inteiras.

Numa abordagem académica, os problemas de PL são expostos de uma forma mais simplista já que a complexidade de um problema académico não é comparável com a de um panorama real. Na perspectiva académica a escolha de *inputs* é relativamente intuitiva, mas quando se trata de um problema real o cenário é diferente. Num primeiro passo é necessário tratar a informação disponibilizada. Neste caso, entenda-se por tratamento da informação o processo que consiste em separar a informação útil para o sistema, da informação desnecessária. Esta fase é importante já que, muitas vezes, é disponibilizada uma grande quantidade de informação e nem toda é proveitosa para o processo de modelação. Terminada esta fase, segue-se a escolha de *inputs* para o modelo. Na ponderação dos parâmetros de entrada do problema é necessário dar prioridade ao que se pretende definir. É importante compreender o que é que irá ser útil ao sistema face a alterações súbitas, de modo a que essas alterações representem apenas mudanças em parâmetros de *input*, e o que não é de todo relevante como parâmetro, dado que a sua alteração não irá mudar em nada a resolução/optimização do sistema. A escolha dos parâmetros de *input* deve ser funcionalmente coerente de forma a ir ao encontro das necessidades do utilizador do sistema.

Para a escolha de *inputs*, alguns surgem da necessidade de transpor para o modelo as regras de negócio, a legislação ou mesmo os valores da empresa, ou seja, são *inputs* que surgem da necessidade de modelar as funcionalidades de gestão do próprio negócio. Por outro lado, existem os *inputs* relacionados com a entidade de estudo, de grande especificidade dado que não são de carácter tão geral, mas mais centrados para questões específicas do sistema.

A definição do *output* dos modelos é um pouco mais intuitiva do que a do *input*. Para definir correctamente um *output* deve-se entender o que se pretende que o modelo responda. Consoante o caso de estudo, a resposta à pergunta "O que é que se pretende otimizar?" é um bom ponto de partida para compreender o que se deseja como resposta. Sabendo que o modelo em si corresponde à componente descritiva do problema, a função do *output* é prescrever as decisões a tomar no sentido em que a resposta obtida através do *output* corresponde à decisão óptima a tomar, do ponto de vista do modelo.

Deste modo, a escolha dos parâmetros de entrada e de saída do modelo é uma decisão que o modelador tem de tomar, de forma a ir ao encontro das necessidades dos utilizadores

do sistema final.

Conceitos

Para este problema específico que consiste em atribuir serviços a agentes, as previsões das necessidades dos serviços provêm dos modelos de *Forecasting* e o dimensionamento dos recursos necessários, por unidade de tempo, provêm dos modelos de *Staffing*. Tendo por base a disponibilidade dos agentes, as necessidades dos serviços e a formação de cada agente, pretende-se obter horários coerentes como *output*, tendo por base *inputs* resultantes dos módulos referidos anteriormente e outros que tenham sido considerados necessários. Neste caso existem vários parâmetros de *input*, alguns de conteúdo mais geral e outros mais específicos da realidade em questão. Como já foi referido, existem os *inputs* mais relacionados com o tipo de entidade de estudo, nomeadamente, *inputs* relacionados com agentes, *skills* ou serviços, e outros mais direccionados para as funcionalidades do negócio, como a legislação ou as regras de negócio.

Para desenvolver um sistema eficiente de geração de horários, que se baseie nas regras de negócio é necessário fazer um levantamento de requisitos associado à área em questão. No caso particular dos *call-centers*, que prestam centenas de serviços para diferentes clientes, fazer uma conjugação eficaz de recursos não é tarefa fácil. Como primeiro passo, o levantamento de requisitos é fundamental para se compreender o meio envolvente e assim modelar da melhor forma o sistema.

Na fase de levantamento de requisitos deve-se falar com uma pessoa suficientemente especializada na área para que esta possa, de clara forma, explicar o que se pretende assim como as regras que têm de ser obrigatoriamente cumpridas. É fundamental conhecer as leis do trabalho em vigor, para que se possa contemplar no modelo todas essas questões. Todos os aspectos técnicos e legais têm de estar presentes no modelo. Depois é importante perceber as regras de negócio a modelar. O processo de diálogo com um especialista ajuda a compreender alguns conceitos específicos que serão muito utilizados ao longo da exposição do problema.

Uma questão importante é a do horizonte temporal. Que unidade escolher para cada período de tempo? Uma forma intuitiva de conseguir enquadrar adequadamente o horizonte temporal é torná-lo suficientemente parametrizável de modo a que se adapte a qualquer unidade de tempo. Surge assim a noção de **período**. A cada período pode corresponder

15 minutos, meia hora, 1 hora, ou qualquer outro valor que se deseje. O importante é ser coerente na escolha da unidade temporal já que uma vez escolhida será utilizada para todo o horizonte temporal da simulação. Se se considerar, por exemplo, um período equivalente a 30 minutos, cada dia terá um total de 48 períodos. Com base nestas noções é possível indicar quantos períodos constituem um dia, assim como todo o horizonte temporal da simulação. Com a unidade de período definida, todos os outros *inputs* dependentes do horizonte temporal são expressos na mesma unidade. Com a flexibilidade das unidades de tempo é possível criar variadíssimos cenários. Certamente para determinados serviços é melhor considerar grandes períodos de tempo enquanto que para outros quanto menor for a unidade de tempo melhor é para o planeador, ficando ao critério deste a unidade a escolher. É de salientar novamente que uma vez escolhida a unidade de tempo esta será única para toda a simulação. Com a unidade de tempo definida inicia-se o planeamento de outros requisitos, que na sua maioria dependem do horizonte temporal.

Um dos *inputs* com maior relevância e que depende directamente da unidade escolhida para período de tempo é a disponibilidade dos agentes. Para cada agente, e para cada período, é mencionada a disponibilidade do agente, que pode ser relativa ou obrigatória. Ao longo do horizonte temporal um agente pode apresentar os dois tipos de disponibilidade ou apenas um deles. Convencionou-se que a disponibilidade relativa é representada pelo valor 1 e nos períodos em que o agente apresente este valor, fica ao critério do optimizador atribuir-lhe, ou não, serviços. Quando o agente apresenta este tipo de disponibilidade não é obrigatório que seja afecto a serviços. Existem também os casos em que o agente apresenta disponibilidade obrigatória. Nestes casos, é representado pelo valor 2, e nos períodos em que o agente apresente este tipo de disponibilidade tem de ser obrigatoriamente afecto a serviços.

Com base no tipo de disponibilidade apresentada definiram-se dois tipos de agentes: os **agentes liberais** e os **agentes não liberais**. Os agentes liberais caracterizam-se por apresentar apenas disponibilidade relativa, ou seja, caso seja necessário podem estar afectos a serviços, mas não existe qualquer obrigatoriedade de tal acontecer. Os agentes não liberais apresentam disponibilidade obrigatória em pelo menos um período e subdividem-se em duas categorias: agente diurno e agente nocturno. A diferenciação entre agente nocturno e diurno surgiu na fase de modelação por necessidade de adaptar algumas restrições às necessidades dos diferentes agentes. Assim, um agente nocturno apresenta disponibilidade no último período de um dia, e no primeiro período do dia seguinte, enquanto que um agente diurno apresenta disponibilidade apenas ao longo do dia. Para ambas as categorias, noc-

esse seria o dia 1, e a simulação teria, em vez de um número de dias d , ter $d+1$ dias, mas a considerou-se dia 1 o primeiro dia a ser totalmente simulado, criando-se assim a noção de dia zero, para o dia que não é simulado na íntegra.

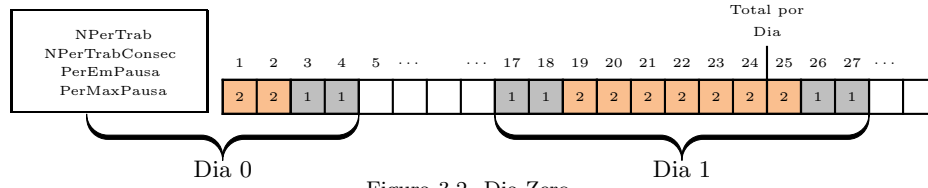


Figura 3.2. Dia Zero

No caso dos agentes não liberais poderão existir períodos de ócio, ou seja, períodos onde, devido a uma combinação de factores, não é necessário haver agentes afectos aos serviços para os quais eles têm *skill*. Nesses casos os agentes são afectos ao **serviço zero**. Naturalmente, este tipo de serviço só está definido para agentes não liberais, devido à disponibilidade que este tipo de agente apresenta que obriga à sua permanência. Como os agentes liberais só possuem disponibilidade relativa, não faz sentido criar este tipo de serviço para esses agentes.

A figura 3.3 representa um bloco de afectações, onde a cada número corresponde um serviço. Nos casos em que não é possível afectar o agente a um serviço, tal como referido, este ficará no serviço zero.

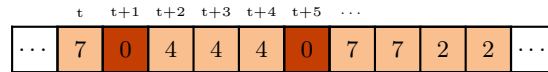


Figura 3.3. Serviço Zero

A figura 3.3 exemplifica uma situação em que, no período t o agente está afecto ao serviço 7, mas no período $t+1$, devido à conjugação de factores, não há serviço para colocar o agente. Assim, ele ficará no serviço zero. A figura mostra ainda que a mesma situação pode ocorrer mais que uma vez, já que no período $t+5$ o agente volta a estar no serviço zero. Este serviço, embora possa ser considerado como ócio, no sentido em que o agente não está efectivamente num serviço, pode ser utilizado para afectar os agentes a outros serviços, nomeadamente, responder a *mails* ou fazer trabalho de *backoffice*. Tendo o gestor noção que existem períodos em que os agentes não estarão nas campanhas poderá encarregá-los de fazer outras funções. Como foi referido anteriormente, este tipo de serviço só está definido

para os agentes não liberais já que estes têm um contrato que os obriga a permanecer um determinado número de horas semanais ao serviço, enquanto que os agentes liberais não têm essa obrigação.

Ao longo da dissertação irá ser também utilizado o conceito de **bloco** de trabalho. Um bloco de trabalho caracteriza-se por ser um número consecutivo de períodos em que o agente está afecto a serviços. Neste caso um bloco irá ter uma duração mínima e máxima permitida, que podem ser coincidentes, permitindo assim que se manipule o tempo mínimo e máximo que um agente pode estar a trabalhar. Este conceito é importante já que nesta área de negócio todos os minutos são contabilizados, até porque grande parte dos colaboradores deste tipo de empresas trabalham em regime de *part-time*, o que torna ainda mais importante o registo de todos os minutos em que o colaborador está em serviço ou em pausa. A duração do bloco depende principalmente dos valores escolhidos para duração mínima e máxima de trabalho consecutivo permitido, denominados PerMin e PerMax, respectivamente. Um agente só realiza blocos de trabalho com duração igual ou superior a PerMin, e igual ou inferior a PerMax.

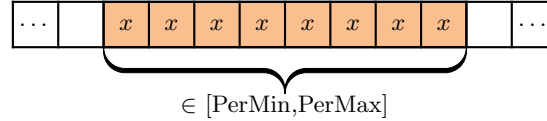


Figura 3.4. Bloco de afectações

Considerando que a cada x corresponde um serviço, a figura 3.4 representa um bloco de afectações com duração compreendida entre o período mínimo e máximo permitido.

Como foi referido anteriormente, a modelação do problema passa também por conseguir modelar a atribuição de pausas. Na realidade *call-center* as pausas têm uma grande importância. Nos locais onde não há uma ferramenta de planeamento de horários, normalmente as pausas são feitas por indicação do chefe de equipa. Este método para além de ultrapassado dá ainda espaço a erros, já que o facto de ser uma pessoa a atribuir pausas ser um método falível. Muitas vezes, os colaboradores querem fazer pausas em conjunto com outros colegas e caso tenham autorização para o fazer é impossível manter o nível de serviço nesses períodos. A manutenção do nível de serviço é um factor da maior importância, especialmente em cenários de produção contínua, como é, por exemplo, o caso dos *call centers* ou das empresas de *handling* aeroportuário. Por outro lado, o facto de ser uma pessoa a

Nos casos em que os agentes não estão ao serviço, ou seja, estão fora do seu horário de trabalho, considerou-se que o agente também estaria em pausa, e para esse efeito criou-se uma pausa exclusiva, a **pausa zero**. Assim, sempre que um agente esteja fora do seu horário de trabalho estará também em pausa. Como já foi mencionado, as pausas só estão definidas para os agentes não liberais, e a pausa zero não é exceção. A figura 3.5 mostra que para os agentes nocturnos a pausa zero inicia-se quando estes terminam o último bloco de trabalho do dia, neste caso é o último bloco do dia zero, e termina a pausa quando inicia o primeiro bloco do dia seguinte.

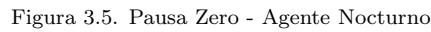


Diagrama de uma sequência de eventos de rede. A sequência é representada por uma barra horizontal dividida em segmentos. Os segmentos são rotetados: 'pi0' (cinza), 'pf0' (cinza), '4' (laranja), 'pi1' (cinza), 'pf1' (cinza), '9' (laranja), 'pi0' (cinza) e 'pf0' (cinza). Abaixo da barra, há setas apontando para os segmentos 'pi0' (primeiro), 'pf0' (segundo) e 'pi0' (terceito). As setas são rotetadas: 'Início Pausa Zero', 'Fim Pausa Zero' e 'Início Pausa Zero'. Acima da barra, há os números '1', '2' e '...' sob os primeiros segmentos. À direita da barra, há o rótulo 'TPD'.

Embora não haja distinção na concepção da pausa zero, entre agentes noturnos e di-

urnos, é de salientar que nos diurnos, quando o dia termina a pausa também termina e quando começa o dia seguinte a pausa zero também tem novo início. Como os agentes nocturnos estão a trabalhar nos períodos em que há mudança de dia, esta situação não acontece para este tipo de agente.

Com base nos conceitos apresentados anteriormente é possível ver na tabela 3.1 todos os *inputs* do modelo.

<i>Input</i>	
T	Nº de períodos que constituem o horizonte temporal de planeamento
TPD	Nº de períodos que constituem um dia
Camp	Nº total de serviços
PerMin	Nº de períodos mínimos consecutivos que um agente tem de operar
PerMax	Nº máximo de períodos consecutivos que um agente pode operar
espaco	Nº total de postos de trabalho disponíveis
o	Taxa de overbooking
Op	Nº de agentes disponíveis
NPausas	Nº de pausas existente
DiaSemana	Dia da semana com que se pretende iniciar a simulação
ServMin	Nº de períodos consecutivos mínimo que um agente tem de estar num serviço
F	Indicação se o agente tem ou não formação para os serviços
D	Para cada período, indicação se o agente tem disponibilidade ou não (1 ou 2-sim; 0-não)
LimNec	Para cada período e para cada serviço indicação da percentagem mínima de nível de serviço a cumprir
N	Para cada serviço, indicação das necessidades por período
Pausas	
Start	Para cada pausa indicação do período onde esta pode ter início
End	Para cada pausa indicação do período onde esta pode terminar
DurMin	Duração mínima da pausa
DurMax	Duração máxima da pausa
PausaObr	Parâmetro que indica se a pausa é ou não obrigatória (1-obrigatória; 0-opcional)
NumMaxPausa	Nº máximo de vezes que a pausa pode ocorrer ao longo do dia
Agentes	
DurMinTrab	Nº mínimo de períodos que o agente tem de trabalhar por dia
DurMaxTrab	Nº máximo de períodos que um agente pode trabalhar num dia
DiasAteFolga	Nº de dias consecutivos que um agente tem de trabalhar para poder ter folga
DiasFolga	Nº de dias consecutivos que o agente folga
CustoPer	Custo associado a um período de trabalho do agente
Agentes Nocturnos (informação referente ao dia zero)	
NPerTrab	Nº de períodos que o agente já trabalhou nesse dia
NPerTrabConsec	Nº de períodos consecutivos trabalhados aquando do início da simulação
PerEmPausa	Caso o agente esteja em pausa, número de períodos em que se encontra em pausa
PerMaxPausa	Nº de períodos máximo que pode estar em pausa

Tabela 3.1. Tabela de *inputs*

Note-se que existem parâmetros de carácter mais geral, como é caso do número de serviços, agentes ou de períodos que constituem o horizonte de planeamento, entre outros. Outros parâmetros são específicos. Veja-se os que estão directamente relacionados com os agentes, nomeadamente com as durações de trabalho diário ou dias de folga. Há ainda parâmetros, já referidos anteriormente, que são exclusivos das pausas e outros que são apenas considerados para os agentes nocturnos, já que contêm informação referente ao dia zero.

Para além dos *inputs* referidos anteriormente, criaram-se outros parâmetros que permitem personalizar a solução de acordo com o pretendido. Um dos parâmetros, denominado DurMinGoal, permite que o optimizador não cumpra a duração mínima de trabalho dos agentes, ou seja, caso assuma o valor *true* não é necessário que os agentes cumpram DurMinTrab (parâmetro de *input* que define a duração mínima de trabalho diário de um agente), caso seja *false* os agentes são obrigados a cumprir a duração mínima de trabalho, nem que seja no serviço zero, no caso dos agentes não liberais. Este parâmetro foi criado para evitar grandes taxas de ociosidade, já que muitas vezes os agentes são afectos ao serviço zero apenas para cumprir o número mínimo de períodos diário exigido.

Considere-se um caso onde o parâmetro DurMinGoal está a *false*, e todos os agentes têm de cumprir uma duração mínima de trabalho de 8 períodos. Para simplificação do exemplo não se vão considerar pausas, ou simplesmente os agentes podem ter um bloco de trabalho de 8 períodos consecutivos. O *output* obtido para um deles é o que está exemplificado na figura 3.7.



Figura 3.7. DurMinGoal: *false*

Note-se que nos dois últimos períodos o agente está no serviço zero apenas para cumprir a duração mínima de trabalho. A permanência dos agentes tem um custo associado, e caso DurMinGoal fosse *true*, seria possível obter um horário como o que está representado na figura 3.8.



Figura 3.8. DurMinGoal: *true*

Repare-se que o horário deste agente já não tem afectações ao serviço zero, tornando a utilização deste parâmetro útil em casos onde não se pretende ser tão rígido em relação à

duração mínima de trabalho dos agentes.

Outro parâmetro é o Pausa. Este parâmetro permite simular horários sem recorrer a pausas. Caso o utilizador não queira atribuir pausas aos agentes não liberais basta atribuir a este parâmetro o valor zero e não serão atribuídas pausas, mantendo-se as regras impostas pelo modelo, como por exemplo o número de períodos mínimo e máximo que o agente pode trabalhar consecutivamente, entre outros. Utilizar o modelo não recorrendo ao planeamento de pausas poderá ter vantagens a nível computacional, já que o número de variáveis diminui substancialmente, reduzindo o tempo de execução do modelo. Poderão também existir casos onde as pausas não têm qualquer carácter estratégico, não sendo imprescindível o seu planeamento prévio.

Criou-se um parâmetro referente ao custo do serviço zero, CZero. Sabe-se que quando os agentes estão em serviço zero, como não estão efectivamente afectos a um serviço isso poderá, a nível de custos, ser menos benéfico para a empresa. Quando um agente está afecto a um serviço a empresa tem um retorno, proporcional ao seu desempenho, no sentido em que se o agente produz efectivamente essa produção reverte-se em lucro. Os períodos em que o agente está em serviço zero não são directamente lucrativos para a empresa. Assim, o custo associado à permanência dos agentes em serviço zero poderá ter um valor superior à sua utilização nos outros serviços. Desta forma, o parâmetro CZero serve para indicar o custo de um agente estar em serviço zero, mas caso não haja diferença o seu valor deve ser 1 de forma a ser quantificado da mesma forma que os outros serviços.

Ao longo da fase de testes houve instâncias que sofriam de sobreafecção, ou seja, havia serviços em determinados períodos que tinham mais recursos alocados do que os realmente necessários. Para contornar esta situação criou-se um parâmetro, SobreAfect, que permite ao utilizador escolher se quer, ou não, que os serviços tenham mais recursos do que os inicialmente desejados. Existem situações em que, devido à combinação de factores os agentes permanecem num serviço quando na solução global esse serviço já tem as necessidades cumpridas. Caso se queiram evitar estas situações, o parâmetro SobreAfect terá que ter o valor *false*, e assim o número de agentes alocados a um serviço por período não ultrapassa o valor definido por *input* como necessidade. Considere-se um exemplo onde o serviço 7 necessita, no período *t*, de 4 agentes. A figura 3.9 ilustra uma solução possível para o caso em que o parâmetro está a *true*.

	t	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	...
	7	7	4	4	4	4	
	7	7	2	2	8	8	
	7	2	6	6	6	6	
	7	7	4	4	4	4	
	7	7	7	1	1	1	
	7	7	1	1	1	1	

Figura 3.9. SobreAfect : *true*

Repare-se que em vez dos 4 agentes necessários, no período t estão 6 agentes afectos ao serviço 7. Como foi referido, a forma de contornar essa situação é considerar *DurMinGoal false*. A solução obtida é a que está representada na figura 3.10.

	t	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	...
	7	7	4	4	4	4	
	7	7	2	2	8	8	
	7	2	6	6	6	6	
	7	7	4	4	4	4	
	0	7	7	1	1	1	
	0	7	1	1	1	1	

Figura 3.10. SobreAfect : *false*

Neste caso o optimizador optou por afectar os agentes em excesso ao serviço zero porque os serviços para os quais eles têm *skill* não têm necessidades, ou já foram cobertas por outros agentes. Assim, a solução foi colocá-los no serviço zero.

É ainda possível escolher se se quer impor um limite nas horas semanais ou não. Caso ao parâmetro HorasSemanais se atribua o valor 1, acciona-se a restrição que permite contabilizar o número de períodos que o agente está alocado a serviços por semana e assim impor um limite máximo. Naturalmente, este parâmetro deve ser utilizado em situações onde no horizonte temporal se inclua mais que um dia para fazer sentido a contabilização dos períodos semanais. No caso em que só se simula um dia, não faz sentido tanto sentido, embora possa

ser sempre utilizado.

Todos os parâmetros expostos anteriormente foram criados com o intuito de dar robustez ao modelo, assim como torná-lo o mais funcional possível de forma a ser adaptável ao maior número de realidades.

Seguidamente irá ser apresentado o modelo implementado, com todos os detalhes que o constituem, nomeadamente as variáveis de decisão, as restrições de carácter técnico, lógico e legal, entre outros aspectos.

Capítulo 4

Modelação

Considerações iniciais

O caso de estudo abordado nesta dissertação incide principalmente na busca de horários óptimos para equipas de grande dimensão. Nos dias de hoje as empresas confrontam-se com a necessidade de gerir eficientemente os recursos disponíveis e de alocar os seus colaboradores de forma a que todos os serviços tenham os recursos necessários para cumprirem os níveis de serviço impostos. Numa empresa que presta serviços, e não tem qualquer ferramenta de calendarização de tarefas, é complicado gerir os recursos de forma eficiente e ter ainda em consideração o custo associado, dado que muitas vezes, para manter os níveis de serviço, é necessário fazer alterações de última hora que causam grande impacto nos custos. A alteração súbita de alocação de agentes é, normalmente, mais dispendiosa para a empresa porque há um aumento de custos que não está previsto. A utilização de modelos de optimização é uma forma de contornar esse problema, e para este caso específico o desenvolvimento de um modelo de optimização ajuda a evitar que as alterações feitas produzam um resultado desconhecido nos orçamentos previstos.

Um modelo a desenvolver terá de estar preparado para gerar horários para equipas de grande ou muito grande dimensão. Aliás, a utilização de modelos de optimização de horários torna-se mais útil e benéfico a dimensão da equipa tem um tamanho considerável, já que para equipas demasiado pequenas não há muita margem de manobra para o optimizador produzir bons resultados. Os bons resultados do modelo advêm principalmente da optimização global de muitos recursos e muitos serviços, já que existe um maior leque de soluções possíveis. Outra vantagem da optimização global prende-se com o facto da qualidade da solução obtida

ser independente da dimensão da instância, ou seja, um bom modelo produz sempre bons resultados, dentro do que é matematicamente possível.

As funcionalidades de um modelo devem permitir aos seus utilizadores uma programação regular (diária, semanal, mensal, ...) da atribuição de serviços aos seus recursos. A capacidade resultante da sua vasta parametrização deve oferecer a possibilidade do planeador definir de uma forma detalhada todos os constrangimentos técnicos e legais, bem como as regras de negócio, a par dos critérios e coeficientes de ponderação atribuídos às diversas métricas que se podem estabelecer.

Formulação do problema

Um modelo de *Scheduling* tem de ser tão abrangente quanto possível. Quanto melhor for a modelação do sistema real, melhores podem ser os resultados obtidos. O modelo tem de estar preparado para novas realidades, e para isso é necessário que a escolha das variáveis de decisão seja suficientemente eficaz para lidar com outras situações. A escolha das variáveis de decisão é o primeiro passo a dar na implementação do modelo, e a sua correcta definição é fundamental para a qualidade do modelo.

Seguidamente apresentam-se as variáveis utilizadas na formulação do problema, e os respectivos conjuntos onde estão definidas. Assim, considere-se

\mathcal{O} : conjunto de todos os agentes

\mathcal{P} : conjunto de todos os períodos

\mathcal{C}_0 : conjunto de todos os serviços

Neste problema específico de afectação de agentes *multi-skilled* a serviços, o conjunto de variáveis que permite modelar a decisão de afectação dos agentes aos serviços é apresentado de seguida. Este conjunto de variáveis é o que tem maior importância pois é através dele que as tarefas são directamente calendarizadas aos respectivos agentes. O conjunto de variáveis está definido da seguinte forma:

$$x(i, j, k) = \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ no período } j \\ & \text{está afecto ao serviço } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}_0$$

Esta variável determina, para cada período de tempo, os serviços aos quais os agentes

estão afectos. Naturalmente, para o caso dos agentes não liberais, o conjunto dos serviços para os quais a variável está definida é \mathcal{C} . Considere-se então

\mathcal{C} : conjunto de todos os serviços, excepto o serviço 0

A figura 4.1 exemplifica a constituição de um bloco de afectações.

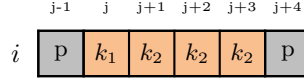


Figura 4.1. Variável x_{ijk}

Neste exemplo, considerando que p representa o agente estar em pausa e k o agente estar num determinado serviço, a variável descrita anteriormente iria assumir os seguintes valores, para o agente i

$$\begin{aligned} x_{i,j,k1} &= 1 \\ x_{i,j+1,k2} &= 1 \\ x_{i,j+2,k2} &= 1 \\ x_{i,j+3,k2} &= 1 \end{aligned}$$

Para mais facilmente modelar o problema, sugerem-se variáveis que indicam quando há início e fim de bloco. Para definir estas variáveis é necessário apresentar um novo conjunto. Considere-se então

\mathcal{O}_{jk} : conjunto de agentes que no período j têm disponibilidade para operar no serviço k

Este conjunto definiu-se pois as variáveis que se seguem não estão definidas, para cada agente, em todos os períodos, mas apenas para os períodos em que os agentes apresentam disponibilidade para operar num serviço para o qual têm *skill*. Para indicar o início de um bloco definiu-se a variável

$$s(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ inicia um bloco} \\ & \text{de trabalho no período } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P}$$

Analogamente definiu-se a variável que indica o fim de um bloco.

$$f(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ termina um bloco} \\ & \text{de trabalho no período } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P}$$

De acordo com o exemplo da figura 4.1, as variáveis anteriormente definidas iriam assumir os seguintes valores:

$$\begin{aligned} s_{i,j} &= 1 \\ f_{i,j+3} &= 1 \end{aligned}$$

No caso de se pretender modelar igualmente as pausas, considere-se definição dos conjuntos:

\mathcal{NP}_0 : conjunto de todas as pausas
 \mathcal{NP} : conjunto de todas as pausas, excepto a pausa 0

Note-se que é necessário fazer a distinção do conjunto das pausas, onde se num deles se inclui a pausa zero e noutro não, devido à especificidade deste tipo de pausa.

Dado que existem naturalmente pausas de tipo diferente é necessário recorrer às seguintes variáveis:

$$\begin{aligned} z^1(i, j, t) &= \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ no período } j \\ & \text{inicia uma pausa tipo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{NP}_0 \\ z^2(i, j, t) &= \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ no período } j \\ & \text{termina uma pausa tipo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{NP}_0 \end{aligned}$$

A figura 4.2 apresenta um exemplo, onde se considera que o agente i no períodos representados por p_1 está em pausa tipo 1.

As variáveis z^1 e z^2 iriam assumir os seguintes valores:

$$\begin{aligned} z^1_{i,j,1} &= 1 \\ z^2_{i,j+3,1} &= 1 \end{aligned}$$

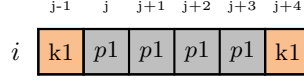


Figura 4.2. Variável z^1 e z^2

Importa agora traduzir as restrições que o problema incorpora. Essa tradução, no sentido da PL consiste na construção de desigualdades que assegurem as diversas questões decorrentes do problema. A definição das restrições do problema surge em diferentes contextos. Existem restrições de carácter puramente técnico, outras são criadas com o objectivo de modelar todos os aspectos legais relacionados com a legislação em vigor. Como a fronteira entre as restrições técnicas e as legais é ténue estas duas categorias serão fundidas numa só, resultando nas restrições de carácter técnico-legal. Existem ainda as restrições lógicas, que são necessárias para evitar soluções não admissíveis que surgem na fase de implementação do modelo.

Para simplificar a leitura das restrições optou-se por substituir o somatório com o índice da variável, pelo conjunto onde se está a somar. Assim, considerando por exemplo que $\mathcal{I} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, ter

$$\sum_{i=1}^5 x_i \quad \text{é equivalente a} \quad x(\mathcal{I})$$

Neste modelo baseado na disponibilidade dos agentes em cada período, é importante referir que houve necessidade de identificar, para os agentes não liberais, os momentos (períodos) em que o agente inicia e termina um tipo de disponibilidade. Recorde-se que este tipo de agente pode apresentar para um horizonte de planeamento diponibilidade relativa e obrigatória. Para simplificar o processo de identificação desses períodos denomina-se $\text{ITrab}_{i,d,1}$ o período em que o agente i , no dia d , apresenta o primeiro período de disponibilidade relativa. Da mesma forma, considera-se $\text{ITrab}_{i,d,2}$ o primeiro período do dia d , em que o agente i apresenta disponibilidade obrigatória.

Analogamente, identifica-se o período onde o agente i , no dia d , termina a disponibilidade obrigatória, $\text{FTrab}_{i,d,2}$, e a relativa, $\text{FTrab}_{i,d,1}$. A figura 4.3 exemplifica, para um agente os períodos em que ele inicia e termina os diferentes tipos de disponibilidade.

A figura anterior exemplifica uma situação em que agente apresenta os dois tipos de disponibilidade, mas podem existir casos em que o agente não apresente disponibilidade relativa, já que sendo agente não liberal terá certamente de ter pelo menos um período com disponibilidade obrigatória. Nos casos em que o agente só apresente disponibilidade obrigatória, seja no início ou no fim do turno, deverá considerar-se que $\text{ITrab}_{i,d,1} = \text{ITrab}_{i,d,2}$

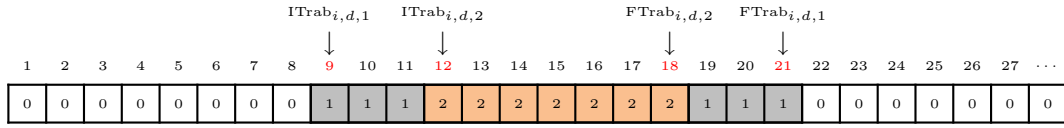


Figura 4.3. Função ITrab e FTrab

como mostra a figura 4.4, ou $FTrab_{i,d,1} = FTrab_{i,d,2}$.

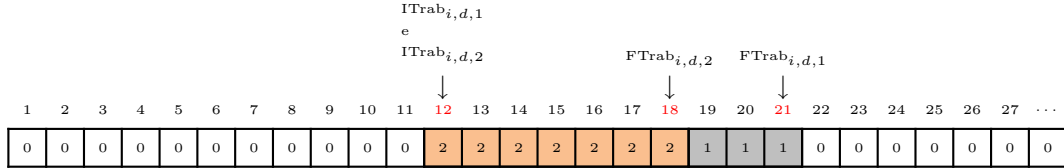


Figura 4.4. Função ITrab e FTrab II

A figura 4.4 ilustra um caso em que o agente não apresenta disponibilidade relativa no início do turno, mas também poderia acontecer não apresentar no final do turno. No limite, um agente pode apresentar apenas disponibilidade obrigatória e nesses caso $ITrab_{i,d,1} = ITrab_{i,d,2}$ e $FTrab_{i,d,1} = FTrab_{i,d,2}$.

Na formulação do problema existem restrições exclusivas para agentes liberais, assim como para agentes não liberais. As restrições que se seguem são consideradas gerais já que fundamentalmente garantem que aspectos relacionados com o modelo de negócio são cumpridos.

É necessário garantir que as necessidades dos serviços são cumpridas embora muitas vezes os recursos disponíveis não sejam suficientes, ou excedam as necessidades. A construção da restrição que traduz o cumprimento das necessidades poderia ser feita de várias formas. Por um lado, poderia-se optar por garantir que as necessidades eram cumpridas na igualdade, mas caso o número de agentes não fosse suficiente para cobrir as necessidades, o problema não iria ter soluções admissíveis, quando na realidade não era possível obter um solução com esse número de recursos. Por outro lado, haveria a hipótese de garantir que as necessidades estavam acima ou abaixo do realmente necessário. Qualquer um dos casos não é desejável, pois mesmo que tal aconteça, é necessário haver uma quantificação desse excesso, ou déficit. Para contornar essa situação criaram-se as variáveis auxiliares:

$$\begin{aligned}
ed(j, k) & - \text{erro por defeito no período } j \text{ em relação ao serviço } k & \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}_0 \\
ee(j, k) & - \text{erro por excesso no período } j \text{ em relação ao serviço } k & \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}_0
\end{aligned}$$

E assim a restrição (4.1), garante o cumprimento das necessidades. Caso as necessidades não sejam cumpridas na igualdade é possível obter a quantificação do erro seja por excesso, ou por defeito, através das variáveis descritas anteriormente.

$$x(\mathcal{O}_{jk}, j, k) + ed(j, k) - ee(j, k) = N(j, k) \quad \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C} \quad (4.1)$$

Como já foi referido, um dos inputs do problema é a percentagem de necessidades que tem de ser cumprida, por serviço e por período. Para tal também foi necessário criar variáveis que quantificassem o erro que possa existir, associado ao parâmetro *LimNec*. Considere-se então:

$$\begin{aligned}
edd(j, k) & - \text{erro por defeito associado ao limite de necessidades no período } j \\
& \text{para o serviço } k & \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}_0 \\
ede(j, k) & - \text{erro por defeito associado ao limite de necessidades no período } j \\
& \text{para o serviço } k & \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}_0
\end{aligned}$$

A restrição (4.2) garante que essa percentagem é cumprida, dentro do possível.

$$x(\mathcal{O}_{jk}, j, k) + edd(j, k) - ede(j, k) = \left\lceil \frac{\text{LimNec}(j, k) * N(j, k)}{100} \right\rceil \quad \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C} \quad (4.2)$$

Uma questão importante é o espaço físico disponível para os agentes realizarem os seus serviços. A restrição (4.3) garante que esse limite de postos de trabalho não é ultrapassado, já que, somando para cada período o número de agentes que estão em serviço, não é possível ultrapassar o número de postos disponíveis (espaço). Note-se ainda que restrição contempla a possibilidade de se marcar mais agentes que os postos de trabalho disponíveis utilizando a taxa de *overbooking* (o). A criação desta taxa surgiu da necessidade operacional de ter, sempre que possível, todos os postos de trabalho preenchidos. A nível de custos operacionais não é rentável ter postos livres, e muitas vezes existem colaboradores que faltam sem pré aviso. A forma de contornar essa situação é ter mais alguns agentes alocados, do que os postos livres, e caso não falte qualquer trabalhador, os que estão a mais poderão desempenhar outras funções. A nível de custos para a empresa é preferível ter agentes a mais do que em falta,

pois com agentes em falta é impossível cumprir o nível de serviço.

$$x(\mathcal{O}, j, \mathcal{C}) \leq o * \text{espaco} \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (4.3)$$

As restrições que se seguem são exclusivas dos **agentes liberais**, havendo no entanto semelhanças com as respectivas para os agentes não liberais. Sabe-se que este tipo de agente não pode estar afecto ao serviço zero, e para tal criou-se o seguinte conjunto:

\mathcal{C} : conjunto de todos os serviços, excepto o serviço 0

A restrição (4.4) garante que um agente é afecto a um serviço caso a diferença entre o número de inícios de bloco seja superior ao número de fins numa unidade, ou seja, para um agente realizar um serviço no bloco n , já teve n inícios de bloco, mas apenas $n-1$ fins, dado que o bloco ainda está a decorrer, como exemplifica a figura 4.5.

$$x(i, j, \mathcal{C}) = s(i, \{1, \dots, j\}) - f(i, \{1, \dots, j-1\}) \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \quad (4.4)$$

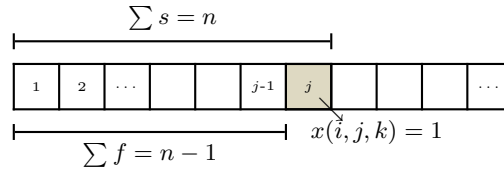


Figura 4.5. Restrição de afectação

É necessário garantir que os agentes não operam um número de períodos consecutivos superior ao máximo permitido (PerMax). Assim, surge a restrição

$$I_{[j+\text{NPTra} \text{ consec} \leq \text{PerMax}]} + s(i, \{j - \text{PerMax} + 1, \dots, j - \text{PerMin} + 1\}) \geq f(i, j) \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \quad (4.5)$$

Mas também é necessário garantir que um agente opera, pelo menos, o número mínimo de períodos obrigatório. Para tal, criou-se a restrição (4.6) que torna possível marcar um início de bloco caso seja possível marcar o final do mesmo, pelo menos, PerMin períodos depois. Para evitar situações como a que está representada na figura 4.6 é necessário garantir que

até ao final dos períodos da simulação, a soma de s é igual à de f .

$$\begin{aligned}
s(i, j) &\leq f(i, \{j + \text{PerMin}-1, \dots, j + \text{PerMax}-1\}) - \\
&\quad - \left[s(i, \{j + 1, \dots, T - \text{PerMin} + 1\}) - f(i, \{j + \text{PerMax}, \dots, T\}) \right] \\
&\quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \{1, \dots, T - \text{PerMin} + 1\}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

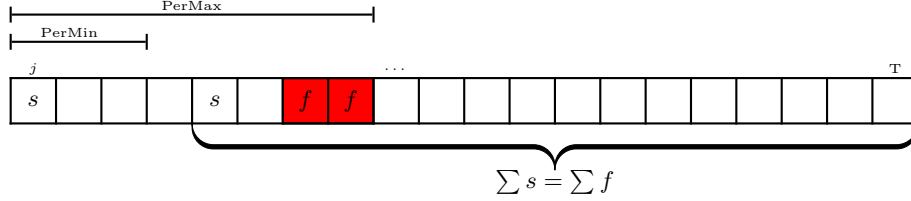


Figura 4.6. Marcação de início e fim de bloco

A restrição (4.7) garante que em cada período da simulação um agente só está afecto a um serviço.

$$x(i, j, \mathcal{C}) \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P} \tag{4.7}$$

As restrições (4.8) e (4.9) garantem que os agentes, por um lado não excedam o limite máximo diário de trabalho e simultaneamente cumpram o limite mínimo exigido.

$$x(i, \{(d-1)*\text{TPD}+1, \dots, d*\text{TPD}\}, \mathcal{C}) \leq \text{DurMaxTrab} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \tag{4.8}$$

$$x(i, \{(d-1)*\text{TPD}+1, \dots, d*\text{TPD}\}, \mathcal{C}) \geq \text{DurMinTrab} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \tag{4.9}$$

Note-se que caso o parâmetro DurMinGoal seja verdadeiro a forma da restrição (4.9) deixa de fazer sentido. No caso em que o parâmetro é *true* é necessário considerar duas variáveis auxiliares que vão ser apresentadas de seguida. Essas variáveis estão definidas num conjunto ainda não apresentado. Assim, considere-se

\mathcal{ND} : conjunto de todos os dias, excepto o dia zero

As variáveis criadas especificamente para o caso em que o parâmetro DurMinGoal é

verdadeiro são:

$edDurMin(i, d)$ – erro por defeito associado ao número mínimo de períodos

que o agente i tem de cumprir do dia $d \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$

$eeDurMin(i, d)$ – erro por excesso associado ao número mínimo de períodos

que o agente i tem de cumprir do dia $d \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$

E a restrição utilizada é:

$$x(i, \{(d-1)*TPD+1, \dots, d*TPD\}, \mathcal{C}) + edDurMin(i, d) - eeDurMin(i, d) = DurMinTrab$$

$$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.10)$$

Todas as restrições apresentadas até agora tem um carácter técnico-legal. Algumas são puramente técnicas, mas outras são uma mistura de conceitos técnico e legais, decidindo-se assim considerar que pertencem ao mesmo grupo de restrições. A restrição que se segue é a única, para este tipo de agentes, que é de carácter lógico já que garante que um agente inicia e termina o mesmo número de blocos ao longo da simulação. É possível garantir essa situação utilizando a restrição (4.11).

$$f(i, \mathcal{P}) - s(i, \mathcal{P}) = 0 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.11)$$

Seguidamente, apresentam-se as restrições referentes aos **agentes não liberais**. Sabe-se que este tipo de agente pode ser nocturno ou diurno. Para os nocturnos foi necessário criar um conjunto específico relativamente aos dias, já que para estes agentes está definido o dia zero. Deste modo, deve-se considerar

\mathcal{ND}_0 : conjunto de todos os dias

Mais uma vez irão ser apresentadas as restrições técnico-legais, seguidas das lógicas.

Como já foi referido, este tipo de agentes, sejam diurnos ou nocturnos, caracteriza-se por apresentar períodos cujo valor da disponibilidade é obrigatória. Sendo obrigatório estarem afectos a um serviço nestes períodos, sentiu-se a necessidade de criar uma restrição que

obrigue este tipo de agentes a estar trabalhar nesses períodos. Assim, a restrição

$$x(i, \text{ITrab}_{i,d,2}, \mathcal{C}_O) + s(i, \{\text{ITrab}_{i,d,1}, \dots, \text{ITrab}_{i,d,2}\}) \geq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.12)$$

pretende que o agente, no primeiro período de cada dia em que apresenta disponibilidade obrigatória, ou esteja afecto a um serviço já tendo iniciado o bloco de trabalho, ou caso não o tenha iniciado fazê-lo, e estar com um serviço atribuído.

A restrição que se segue é análoga à restrição (4.7), diferindo apenas no serviço zero, ou seja, como os agentes não liberais podem estar a afectos ao serviço zero é necessário garantir para este tipo de agentes que em cada período só estão afectos a um serviço, incluindo o serviço zero.

$$x(i, j, \mathcal{C}_0) \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \quad (4.13)$$

A restrição (4.14) garante que os agentes afectos a um serviço devem permanecer no mesmo pelo menos um número mínimo de períodos (ServMin). Esta restrição só se aplica caso esse valor seja superior a 1.

$$x(i, \mathcal{P}, k) \geq \text{ServMin} * x(i, j, k) - I_{[N(j-1,k)>0]} * \text{ServMin} * x(i, j-1, k) \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, k \in \mathcal{C} \quad (4.14)$$

As restrições (4.8) e (4.9) referentes aos limites mínimo e máximo diário de trabalho também se aplicam ao agentes não liberais diurnos acrescentando apenas o serviço zero ao conjunto de serviços. Para os agentes nocturnos obtém-se

$$x(i, \{\text{ITrab}_{i,d,1}, \dots, \text{FTrab}_{i,d,1}\}, \mathcal{C}_0) \leq \text{DurMaxTrab} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.15)$$

$$x(i, \{\text{ITrab}_{i,d,1}, \dots, \text{FTrab}_{i,d,1}\}, \mathcal{C}_0) \geq \text{DurMinTrab} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.16)$$

Ao longo da formulação do problema sentiu-se necessidade de, para as restrições que incidem sobre os agentes não liberais, construí-las de forma adaptada à realidade dos agentes nocturnos e diurnos. Como tal, as restrições que se seguem, têm na sua maioria uma formulação para os agentes diurnos e outra para os nocturnos.

Para agentes nocturnos foi criada a variável auxiliar $y(i, j)$, $j \in \{1, 2\}$. Houve necessidade de a ter para compensar o $s(i, 1)$ e o $f(i, T)$ que podem não existir nos agentes nocturnos dado que eles não estão obrigatoriamente a iniciar o bloco de trabalho no período 1 nem estão a terminar um bloco no período T. Assim $y(i, 1)$ e/ou $y(i, 2)$ tomar o valor 1 significa que o agente i no período 1 e/ou no período T está a trabalhar embora não esteja a iniciar/terminar um bloco. Caso não esteja afecto a nenhum serviço, ou esteja realmente a iniciar/terminar

um bloco nos períodos referidos, essas variáveis tomam naturalmente o valor zero. Estas variáveis são utilizadas na maioria das restrições específicas para os agentes nocturnos.

A restrição que garante que um agente opera um bloco de trabalho com a dimensão mínima exigida, para os agentes diurnos é igual à restrição (4.6). Para os agentes nocturnos foi necessária a realização de uma variação à restrição obtendo-se

$$\begin{aligned}
s(i, j) \leq & f(i, \{j + \text{PerMin}-1, \dots, j + \text{PerMax}-1\}) + y(i, 2) - \\
& - \left[s(i, \{j + 1, \dots, T-\text{PerMin}+1\}) - f(i, \{j + \text{PerMax}, \dots, T\}) \right] \quad (4.17) \\
& \forall i \in \mathcal{O}, j \in \{1, \dots, T-\text{PerMin}+1\}
\end{aligned}$$

À semelhança do que aconteceu nos agentes liberais, também nos não liberais, é necessário ter uma restrição que permita a afectação a serviços. Assim, para os agentes diurnos tem-se que

$$x(i, j, \mathcal{C}_0) = s(i, \{1, \dots, j\}) - f(i, \{\text{PerMin}, \dots, j-1\}) \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P} \quad (4.18)$$

e para os agentes nocturnos

$$x(i, j, \mathcal{C}_0) = s(i, \{1, \dots, j\}) - f(i, \{\text{PerMin}, \dots, j-1\}) + y(i, 1) \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P} \quad (4.19)$$

É também necessária uma restrição que garanta que se iniciam tantos blocos quantos os que se terminam, obtendo-se para os agentes diurnos

$$f(i, \mathcal{P}) - s(i, \mathcal{P}) = 0 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.20)$$

e para os nocturnos

$$s(i, \mathcal{P}) + y(i, 1) = f(i, \mathcal{P}) + y(i, 2) \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.21)$$

Como a variável y foi criada exclusivamente para os agentes nocturnos, houve necessidade de limitá-la, obtendo-se as seguintes restrições

$$y(i, 1) \leq x(i, 1, \mathcal{C}_0) \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.22)$$

$$y(i, 1) \leq 1 - s(i, 1) \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.23)$$

$$y(i, 2) \leq x(i, T, \mathcal{C}_0) \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.24)$$

$$y(i, 1) \geq [x(i, 1, \mathcal{C}_O) + (1 - s(i, 1))] - 1 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.25)$$

$$y(i, 2) \geq [x(i, T, \mathcal{C}_O) + (1 - f(i, T))] - 1 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.26)$$

Pausas

Dado que o conceito de pausa só existe para agentes não liberais, todas as restrições que se seguem só se aplicam a esse tipo de agente.

Mais uma vez há distinção na aplicação de algumas restrições para os agentes nocturnos e diurnos. Há ainda distinção na modelação das pausas a definir pelo utilizador e da pausa zero. A grande maioria das restrições relativas a pausas são de carácter lógico. No entanto, as seis últimas são de carácter técnico-legal.

Considere-se então as restrições referentes à pausa tipo zero. Relembre-se que este tipo de pausa refere-se aos momentos em que o agente não está ao serviço, ou seja, esta pausa inicia-se quando um agente termina o seu dia de trabalho e termina quando o agente começa o seu primeiro bloco do dia. Foi então necessário criar uma restrição que permitisse que houvesse um início de pausa zero caso não houvesse mais inícios de bloco de trabalho nesse dia, como indica a figura 4.7. Para os agentes diurnos obteve-se a seguinte restrição lógica:

$$z^1(i, j, 0) \leq 1 - \frac{s(i, \{j+1, \dots, d^*TPD\})}{T} \quad (4.27)$$

$$\forall i \in \mathcal{O}, \forall j \in \{(d-1)^*TPD, \dots, d^*TPD-1\}, \forall d \in \mathcal{ND}$$

e para os nocturnos

$$z^1(i, j, 0) \leq 1 - \frac{s(i, \{j+1, \dots, FTrab_{i,d,1}-PerMin+1\})}{T} \quad (4.28)$$

$$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \{FTrab_{i,d,2}+1, \dots, FTrab_{i,d,1}-PerMin+2\}, d \in \mathcal{ND}$$

É necessário garantir a igualdade de pausas tipo zero. A restrição que torna verdadeira a igualdade do número de pausas é dada por (4.29).

$$z^1(i, \mathcal{P}, 0) = z^2(i, \mathcal{P}, 0) \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.29)$$

Sentiu-se também necessidade de, para os agentes diurnos, garantir a igualdade entre o

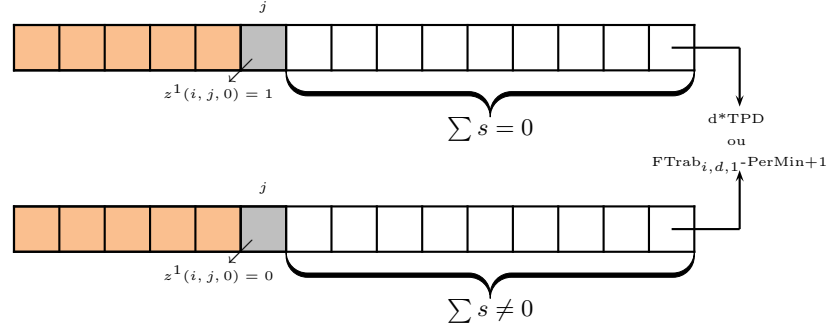


Figura 4.7. Marcação início pausa zero

número de inícios e fins de pausa, para cada dia.

$$z^1(i, \{(d-1)*TPD+1, \dots, d*TPD\}, t) = z^2(i, \{(d-1)*TPD+1, \dots, d*TPD\}, t) \quad (4.30)$$

$$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}, t \in \mathcal{NP}_O$$

Para um agente iniciar um bloco de trabalho é necessário que tenha terminado uma pausa, seja ela de que tipo for. Por outro lado, sempre que um agente termina um bloco tem de iniciar uma pausa. Assim, surgem as restrições (4.31) e (4.32). A figura 4.8 explica a constituição de um bloco, ou seja, quando se dá o início do mesmo (s_{ij_1}) no período imediatamente anterior teve de existir um fim de pausa ($z_{ij_1-1}^2$), e quando se termina um bloco f_{ij_2} no período seguinte tem de se iniciar uma pausa ($z_{ij_2+1}^1$).

$$z^2(i, j, \mathcal{NP}_0) = s(i, j+1) \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{T\} \quad (4.31)$$

$$z^1(i, j+1, \mathcal{NP}_0) = f(i, j) \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{T\} \quad (4.32)$$



Figura 4.8. Fim de pausa-Início de bloco/Fim de bloco-Início de pausa

Para os agentes diurnos foi necessário criar algumas imposições para os períodos extremos, ou seja, para o primeiro período de cada dia foi criada a restrição (4.33) que os obriga a iniciar uma pausa tipo zero ou iniciar um bloco de trabalho. Já para o último período de cada dia foi necessário garantir que os agentes estavam a terminar a pausa zero, ou a terminar um

bloco de trabalho. Essa garantia é dada pela restrição (4.34).

$$x(i, (d-1)*TPD+1, \mathcal{C}_0) + z^1(i, (d-1)*TPD+1, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.33)$$

$$x(i, d*TPD, \mathcal{C}_0) + z^2(i, d*TPD, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.34)$$

Dizer que os agentes estão de folga equivale a considerar que estão em pausa zero ao longo desse dia. Assim, para os agentes noturnos que se encontrem em folga no dia zero aplica-se a restrição (4.35).

$$z^1(i, 1, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.35)$$

Para os que se encontrem de folga no último dia aplica-se a restrição (4.36).

$$z^2(i, T, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O} \quad (4.36)$$

E para os que estão de folga em qualquer dia, que não o dia zero, é necessário garantir que iniciam a pausa zero no primeiro período do dia (4.37) e a terminam no último (4.38).

$$z^1(i, (d-1)*TPD+1, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.37)$$

$$z^2(i, d*TPD, 0) = 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \quad (4.38)$$

Visto que a duração das pausas é parametrizável, é necessário garantir que esta se encontra dentro dos limites impostos. Surge assim a restrição (4.39) que só permite que uma pausa tenha duração compreendida entre os valores mínimo e máximo definidos. A figura 4.9 mostra que só pode existir uma pausa caso, quando se marque o fim da mesma, já tenha sido possível marcar o seu início dentro das durações limite da pausa.

$$z^2(i, j, t) \leq z^1(i, \{j - \text{DurMax}+1, \dots, j - \text{DurMin}+1\}, t) \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{NP} \quad (4.39)$$

É necessário assegurar que os agentes só iniciam/terminam um tipo de pausa.

$$z^1(i, j, \mathcal{NP}_0) \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \quad (4.40)$$

$$z^2(i, j, \mathcal{NP}_0) \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \quad (4.41)$$

Dado que as pausas são parametrizáveis, convencionou-se que uma pausa seria considerada obrigatória para um agente caso o seu período de funcionamento se situasse dentro do horário de trabalho do agente e que o agente operasse, no mínimo, um bloco de trabalho antes

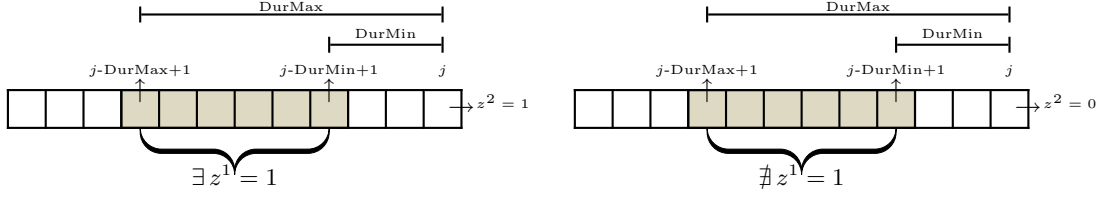


Figura 4.9. Permissão Fim de Pausa

e após efectuar pausa. Para garantir que estes aspectos são cumpridos criou-se a restrição (4.42).

$$z^1(i, \{I\text{Trab}_{i,d,1} + \text{PerMin}, \dots, F\text{Trab}_{i,d,1} - \text{PerMin}\}, t) \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}, t \in \mathcal{NP} \quad (4.42)$$

Como cada tipo de pausa tem um limite máximo de vezes que pode ocorrer ao longo do dia adicionaram-se as respectivas restrições referentes a agentes diurnos.

$$z^1(i, \{(d-1)*\text{TPD} + 1, \dots, d*\text{TPD}\}, t) \leq \text{NumMaxPausa} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}, t \in \mathcal{NP} \quad (4.43)$$

e nocturnos

$$z^1(i, \{I\text{Trab}_{i,d,1}, \dots, F\text{Trab}_{i,d,1}\}, t) \leq \text{NumMaxPausa} \quad \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}, t \in \mathcal{NP} \quad (4.44)$$

As restrições apresentadas anteriormente foram implementadas no software *XPress Mosel* v2.2.0, da *Dash Optimization*.

Função Objectivo

Nesta implementação é possível optimizar de acordo com várias funções objectivo. As funções objectivo definidas para o problema são:

$$(a) \text{DurMinFO} = \sum_{i \in \mathcal{O}} \sum_{d \in \mathcal{ND}} ed\text{DurMin}(i, d)$$

Para esta função o objectivo é minimizar o erro por defeito associado às durações de trabalho. Esta função objectivo só faz sentido nos casos em que o parâmetro *DurMinGoal* assume o valor *true*, já que só nesses casos é que o conjunto de variáveis *edDurMin(i, d)* está definido.

São ainda levando em linha de conta dois critérios principais. Por uma lado, pode-se

optar por otimizar de acordo com uma lógica de minimização dos desvios, ou seja, o objectivo fundamental é cumprir as necessidades dos serviços. Por outro lado, é possível optar por uma lógica de minimização de custos, mas tendo sempre em linha de conta o cumprimento das necessidades.

(b) $\text{DesviosLimNec} = \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{C}} \text{edd}(j, k)$

Esta função objectivo insere-se no caso em que se pretende minimizar o desvio das necessidades dos serviços e de acordo com este objectivo os erros por defeito são minimizados.

(c) $\text{FO} = \sum_{i \in \mathcal{O}} \text{CustoPer}(i)$

Esta função objectivo está directamente relacionada com o custo associado a cada agente. Sendo um parâmetro de *input* o custo associado a cada período de trabalho, para cada agente, esta função pretende minimizar o custo da solução obtida.

A função *DurMinFO* e a *DesviosLimNec*, embora estejam definidas como funções objectivo, devem ser consideradas como metas a atingir. Assim, é possível estabelecer prioridades entre elas, já que na resolução do problema as funções são utilizadas de forma sequencial. Para melhor se compreender as diferentes sequencias de resolução do problema considere-se a figura 6.3 que as esquematiza. Na figura considere-se a acção *LoadProb* como um pré-processamento da informação. Quando o problema é resolvido de acordo com um objectivo, quando passa ao próximo é importante saber-se que os valores atingidos no primeiro objectivo mantêm-se, ou seja, passa a existir um novo conjunto de restrições que garante que os objectivos atingidos até ao momento continuam a ser cumpridos.

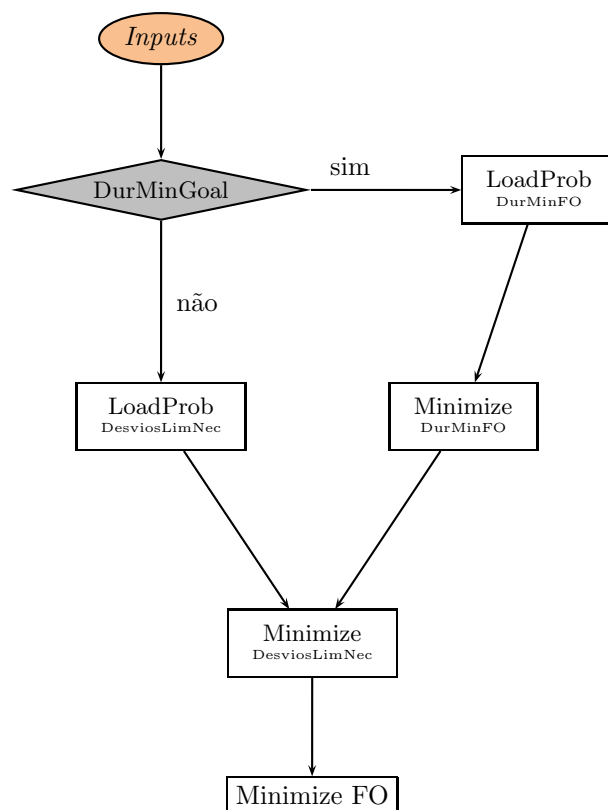


Figura 4.10. Diagrama com as sequências de resolução

Capítulo 5

Processamento da Informação

A aplicação do modelo, por si, não traduzirá efectivo valor se não for complementado com uma análise *a priori* e *a posteriori* do cenário em que se aplica. Por um lado, considera-se fundamental ter instrumentos de análise preliminar dos *inputs* que detectem eventuais inconsistências. Por outro lado, é igualmente importante ter mecanismos de avaliação da mesma que conduzam a meios de comparação com outras soluções, no caso em que essas inconsistências não ocorrem e é determinada uma solução.

Uma outra questão abordada neste capítulo diz respeito a um processo heurístico que complementa o modelo de optimização, simultaneamente ao fornecer uma solução admissível e ao reforçar a validação do input.

Métricas (*Key Performance Indicators*)

A qualidade de uma solução pode ser analisada de várias formas. O cálculo de algumas métricas é fundamental para exprimir a qualidade das soluções obtidas. De uma forma geral, as métricas consideradas correspondem a médias globais, por forma a traduzir de modo sintetizado a realidade da solução obtida.

No que diz respeito aos indicadores associados ao cumprimento das necessidades dos serviços, é calculado o desvio entre o número necessário de agentes face ao número de agentes alocado. Esta informação é fundamental para se perceber se o número de agentes está acima ou abaixo do realmente necessário. O **nível de serviço** dá uma noção global das necessidades que são cumpridas e considera-se a medida mais representativa da solução. O cálculo do nível de serviço é dado pela média do cumprimento de cada serviço, ou seja, um nível de serviço de

90% significa que em média todos os serviços têm 90% das necessidades cumpridas. Note-se que para o cálculo do *Staffing* de cada serviço é considerado um nível de serviço, que na sua essência representa o mesmo que o nível de serviço da solução. Mas quando é feito o dimensionamento das equipas de trabalho já é levado em linha de conta o nível de serviço pretendido. Imagine-se por exemplo que para um determinado cliente, ao qual a empresa presta serviços, exige um nível de serviço de 95%. Quando o modelo de *Staffing* tenta traduzir o cumprimento desse valor em agentes aloca um número de colaboradores suficiente para cumprir os 95%. Se o *Scheduling* garantir 100% de nível de serviço, na verdade apenas 95% é que é atingido porque foi esse o valor definido no processo de *Staffing*. Este aspecto tem alguma relevância e uma forma de o evitar poderá ser, por exemplo, no modelo de *Staffing* dimensionar as equipas de forma a que se atinjam os 100% de nível de serviço. O ideal será haver uma interacção entre os processos de *Scheduling* e *Staffing* para que o nível de serviço seja melhor tratado.

A tabela 5.1 exemplifica a comparação de duas soluções obtidas para a mesma instância. Considere-se que existem 1000 agentes, dos quais 600 são não liberais e os restantes 400 são liberais. Existe uma forte possibilidade que os agentes liberais sejam *outsourcers*, o que torna reforça a utilização eficiente deste tipo de agentes.

	Solução 1	Solução 2
Nº médio serviço zero por agente	2,2	3,1
Total agentes utilizados	600/320	600/334
Total agentes disponíveis	1000(600/400)	
Nº médio agentes requisitados/Serviço/Período	8,4	8,4
Nº médio agentes alocados/Serviço/Período	7,8	8,1
Nível Serviço	92,8%	96,43%
Custo	15450	17000

Tabela 5.1. Exemplo de métricas

Considerando que o nível de serviço pretendido é de 95%, e embora na solução 1 não seja atingido, na solução 2 é ultrapassado, o que também não é desejável. Independentemente da questão do *Staffing* da equipa, o que se pretende obter numa boa solução é o nível pretendido e não um nível de serviço por excesso, pois poderá não ser bom ultrapassar esse nível por se traduzir numa solução mais dispendiosa, ou por defeito já que não são alocados agentes suficientes para cumprir as unidades de serviço previstas. Note-se também que a solução 2 tem, em média, mais períodos onde os agentes estão afectos ao serviço zero, que também não é o que se pretende. A afectação de agentes ao serviço zero está relacionada com a taxa de

ociosidade dos agentes, que se pretende que seja mínima, ou mesmo nula. Com a obtenção deste tipo de soluções, é importante analisar cuidadosamente todos os indicadores de forma a ser tomada a decisão mais correcta.

As métricas directamente relacionadas com os agentes são também um bom indicador do número de recursos realmente necessário. Habitualmente, existe uma *pool* de agentes, composta por agentes internos e por agentes provenientes de *outsourcers*, que alimentam o processo de *Scheduling*. A razão entre o número de agentes utilizados e o total de agentes disponíveis é útil para se entender se o dimensionamento dessa *pool* é adequado. Uma questão relevante prende-se com o número de agentes liberais disponíveis. A percentagem de agentes liberais, face ao total de agentes influencia a leitura da razão de agentes utilizados, já que este tipo de agentes só é afecto a serviços se houver real necessidade. No caso em que existe uma grande quantidade de agentes liberais, é possível inferir que é necessário contratar mais agentes caso a razão entre o número de agentes utilizados e o total de agentes disponíveis também seja elevada. Calculada a taxa associada ao número de agentes utilizados é possível ter a noção se o número de agentes contratados é suficiente, embora no caso dos agentes não liberais seja necessário observar complementarmente a taxa de ociosidade, que será explicada mais adiante. No caso dos agentes liberais, também é necessário analisar simultaneamente a taxa de ocupação que será exposta de seguida.

Para os diferentes tipos de agente, liberais e não liberais, houve necessidade de calcular diferentes indicadores. Para os agentes liberais calcula-se a taxa de ocupação, que se caracteriza por ser o número de períodos em que o agente está afecto sobre o número total de períodos que o agente apresenta disponibilidade. Esta medida permite compreender se um agente liberal está a ser muito utilizado já que quanto maior for a taxa de ocupação maior será o seu grau de satisfação, dado que quando a sua disponibilidade é "ocupada", à partida o agente fica satisfeito. Embora esta medida tenha uma grande importância para avaliar a utilização deste tipo de agentes, pode ser erradamente interpretada. Considere-se uma situação em que um agente liberal marca todos os períodos, ao longo de um dia, com disponibilidade relativa. Considerando que esse agente tem um limite máximo diário permitido, mesmo que seja afecto em todos os períodos que é possível, a sua taxa de ocupação deveria ser de 100% e será inferior. Embora não esteja a ser utilizado no modelo, uma forma de contornar esta situação será considerar a razão entre o número de períodos que está afecto e o a média dos valores mínimo e máximo diários. Desta forma, a taxa de ocupação será calculada de acordo com os períodos que o agente poderá trabalhar (períodos compreendidos entre $DurMaxTrab$ e $DurMinTrab$) e os que realmente é afecto. Em alternativa à média entre $DurMinTrab$ e

DurMaxTrab, poderão ser consideradas outras medidas, tais como o próprio DurMinTrab ou DurMaxTrab isoladamente, ou outras que se considerem coerentes.

Para os agentes não liberais, os horários obtidos são avaliados de acordo com as respectivas taxas de ociosidade. Considere-se taxa de ociosidade o quociente entre o número de períodos em que o agente está afecto à campanha zero sobre o número total de períodos em que está a trabalhar. Para agentes que apresentem uma elevada taxa de ociosidade, é importante analisar os serviços para os quais eles têm *skill*. Se os agentes têm de estar a trabalhar e estão a ser afectos ao serviço zero é porque os serviços para os quais têm formação já têm as necessidades preenchidas. Assim, em situações que isto aconteça é importante analisar o *skilling* destes agentes de forma a baixar as respectivas taxas de ociosidade. No caso das taxas de ocupação e ociosidade para os respectivos tipos de agente, e para instâncias com uma dimensão razoável é impossível analisar a taxa de cada agente individualmente. Este facto reforça a necessidade de se utilizarem medidas que sumerizem a informação, daí recorrer-se a médias. Calcula-se também o número de agentes corrigido que corresponde a retirar, do número de agentes utilizados, os agentes não liberais que têm uma taxa de ociosidade de 100%, ou seja, retirar os agentes que só têm afectações ao serviço zero, pois na realidade esses agentes em nada estão a contribuir para o nível de serviço atingido. Imagine-se uma situação em que numa *pool* de agentes, 100 são não liberais, e 300 são liberais. Naturalmente, todos os agentes não liberais vão ser afectos a serviços, e suponha-se que 10 deles só são afectos ao serviço zero ao longo do horizonte de planeamento. Quanto aos não liberais, suponha-se que para 150 se obtém um horário. Assim, o número de agentes efectivamente utilizados seria 250, enquanto que o número de agentes corrigido seria 240. Na realidade, apenas 240 agentes estão a contribuir para o nível de serviço obtido, e não os 250 que estão a ser calendarizados na solução, daí a importância de se retirar os agentes não liberais que apresentam elevada taxa de ociosidade.

Pretende-se com o cálculo destas métricas analisar as soluções obtidas individualmente e poder estabelecer comparações entre soluções, já que para instâncias com uma dimensão razoável é impossível comparar os horários obtidos para os agentes um a um. Estas métricas pretendem de uma forma sucinta mostrar a qualidade da solução obtida e são fundamentais para a execução de relatórios.

Validação de *inputs*

No contexto da complexidade dos *inputs* do problema em estudo, é natural haver situações de incoerência nos dados, que podem impossibilitar a obtenção de soluções admissíveis. Uma forma de lidar com essa situação é, numa fase preliminar de tratamento dos dados, prévia à resolução, aplicar-se um conjunto de regras de validação dos *inputs*. Essas regras têm em linha de conta diversos aspectos, tais como:

- (a) Parâmetros básicos do modelo
- (b) Agentes nocturnos, mais especificamente em relação ao dia zero
- (c) Parâmetro DurMinGoal
- (d) Pausas

As regras foram implementadas para triar situações em que não é possível atribuir um horário a um agente por incompatibilidade de parâmetros. Algumas das regras têm um carácter mais simples já que avaliam os parâmetros gerais do *input*. Uma delas está relacionada com o período mínimo consecutivo de trabalho, visto que este não pode exceder o período máximo, no limite poderão ser coincidentes (R1), ou seja, os blocos de trabalho têm duração conhecida.

Uma outra prende-se com o período máximo consecutivo de trabalho, já que este não pode exceder o total de períodos que constituem um dia (R2). O total de períodos que constituem o horizonte temporal tem de ser múltiplo do número de períodos que constituem um dia (R3). Caso isso não se verifique os dias não vão ser constituídos pelo mesmo número de períodos, o que torna o *input* inviável. Existe ainda a necessidade de garantir que o número de dias que um agente tem folga é inferior ao número de dias entre folgas (R4). Um agente não pode, por exemplo, ter quatro dias de folga por cada três dias de trabalho.

Existe também a regra que garante que caso os agentes nocturnos já tenham trabalhado alguns períodos lhes seja possível trabalhar, pelo menos, um bloco com duração mínima dentro do intervalo de tempo onde apresentam disponibilidade (R5). A figura 5.1 ilustra essa regra.

Uma outra regra implementada garante, para os agentes nocturnos, que a soma dos períodos que o agente já trabalhou (NPerTrab) não é inferior à dimensão do último bloco trabalhado (NPerTrabConsec), quanto muito poderão ser iguais (R6). Caso sejam diferentes, a diferença entre NPerTrab e NPerTrabConsec terá de ser superior ou igual a PerMin (R7).

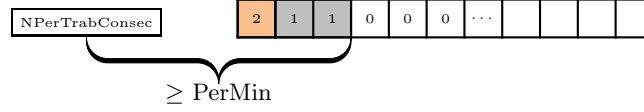


Figura 5.1. Bloco mínimo de trabalho para agentes nocturnos, no dia zero

Caso o parâmetro *DurMinGoal* assuma o valor *false*, ou seja, caso os agentes sejam obrigados a cumprir a duração mínima de trabalho, é necessário verificar se o total dos períodos em que apresentam disponibilidade, em cada dia, é suficiente para cumprirem a duração mínima de trabalho (R8). Esta desigualdade perde efeito caso o parâmetro *DurMinGoal* tenha o valor *true* já que, nesse caso, o agente não tem que cumprir obrigatoriamente a duração de mínima de trabalho.

Em particular, para os agentes nocturnos que não estejam de folga no dia zero é necessário verificar se a soma dos períodos que já foram trabalhados com os períodos que apresentam disponibilidade são suficientes para o agente cumprir a duração mínima de trabalho diária exigida (R9), como mostra a figura 5.2.

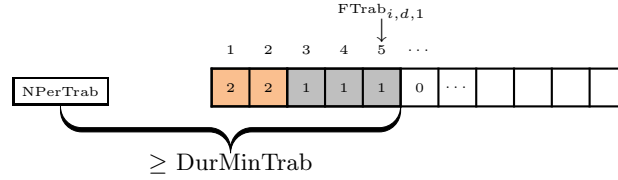


Figura 5.2. Duração mínima de trabalho, no dia zero, para um agente nocturno

Por outro lado, os períodos que o agente já trabalhou (*NPerTrab*) não podem exceder o tempo máximo de trabalho diário (R10).

Caso uma pausa seja considerada obrigatória, a sua duração mínima tem de ser pelo menos um período. Esta regra surge porque não faz sentido para uma pausa obrigatória a sua duração mínima poder ser zero (R11).

A tabela 5.2 apresenta as regras implementadas.

Este conjunto de regras foi implementado num procedimento de verificação do *input* que é complementado pela utilização da heurística que se apresenta na secção seguinte.

Agente Liberal	Agente Diurno	Agente Nocturno	Gerais
		$DiasFolga \leq DiasAteFolga$ (R4)	$PerMin \leq PerMax$ (R1)
		$NPerTrab + FTrab_{(i,0,1)} \geq DurMinTrab$ (R9) \wedge $NPerTrab \leq DurMaxTrab$ (R10)	$PerMax \leq TPD$ (R2)
		$DurMinTrab \geq FTrab_{(i,d,1)} - FTrab_{(i,d,1)}$ (R8)	$T \bmod TPD = 0$ (R3)
		$NPerTrabConsec + FTrab_{(i,0,1)} \geq PerMin$ (R5)	Pausas
		$NPerTrabConsec \leq NPerTrab$ (R6)	$DurMin \geq 1$ (R11)
		$NPerTrabConsec \neq NPerTrab$ \downarrow (R7) $NPerTrab - NPerTrabConsec \geq PerMin$	

Tabela 5.2. Regras para os diferentes tipos de agente

Heurística

Ao longo da experimentação tornou-se evidente que, para instâncias com uma dimensão razoável, a pesquisa de soluções era exaustiva e morosa. A introdução de uma heurística foi o processo encontrado para melhorar o desempenho do sistema, já que a solução dada por esta é um ponto de partida para a pesquisa de outras soluções, funcionando o seu valor como um limite superior. Por outro lado, a heurística é também um bom método para detectar inconsistências nos dados pois, ao tentar conceber uma primeira solução admissível, consegue detectar se é ou não possível construir horários sem violar algumas das regras básicas. Nomeadamente, essa verificação poderá avaliar se os agentes têm possibilidade de trabalhar dentro dos parâmetros em questão. Embora as regras apresentadas na secção anterior sejam um primeiro filtro importante, há determinado tipo de contradições que só no momento de construção do horário é que se consegue detectar. Em particular, esse caso ocorre em problemas relacionados com as pausas. Muitas vezes dá-se a impossibilidade de o agente operar o número mínimo ou máximo de períodos diário, por toda a conjugação de parâmetros não permitir que se efectuem blocos com essa duração e as pausas definidas não se enquadrem nos momentos em que o agente tem de pausar obrigatoriamente.

Desse modo, foi concebido um procedimento heurístico que tem por fim afectar, de modo sequencial, agentes a serviços tendo em linha de conta todas as regras de negócio. Ao construir o horário de cada agente, é importante respeitar as especificidades em que se enquadra. Como tal, foi necessário separar os casos de agentes liberais, por um lado, e não liberais, por outro.

No caso agentes não liberais, o procedimento está preparado para, num primeiro momento, posicionar-se no primeiro período em que o agente apresenta disponibilidade e ver se

a próxima pausa, seja ela obrigatória ou não, pode ocorrer após o agente operar um bloco com dimensão compreendida entre o mínimo e o máximo de períodos permitido. A figura 5.3 ilustra um exemplo de disponibilidade, para um agente não liberal. A seta está posicionada no primeiro período que o agente apresenta disponibilidade. Estão também identificados os períodos onde podem ocorrer pausas, para aquele agente.

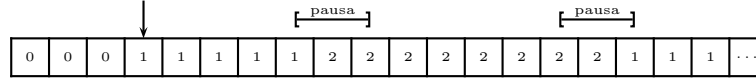


Figura 5.3. Posicionamento inicial para agentes não liberais

Caso não se consiga fazer um bloco sem quebrar uma das regras, avança-se um período (figura 5.4). Este processo pode ser repetido até se atingir o primeiro período em que o agente apresenta disponibilidade obrigatória ($ITrab_{i,d,2}$). A partir desse período, se não for possível fazer um bloco até à pausa mais próxima dentro das dimensões permitidas, a heurística pára e devolve uma mensagem de erro que indica o agente ao qual não é permitido trabalhar sem violar uma das regras.

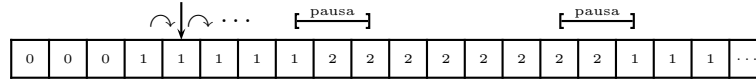


Figura 5.4. Procura período para iniciar afectação dos agentes não liberais

Caso seja possível fazer o bloco, ou seja, caso a próxima pausa se situe entre $PerMin$ e $PerMax$, são afectos serviços ao agente. O critério de atribuição de serviços baseia-se numa ordenação das necessidades no período, dentro dos serviços para os quais o agente tem *skill*. Caso não haja necessidade nos serviços para os quais o agente tem formação é afecto o serviço zero. A figura 5.5 mostra um possível horário a obter.

Note-se que após a primeira pausa o agente é afecto ao serviço zero. Este facto deve-se a não haver necessidades nesses períodos para os serviços para o qual o agente tem *skill*.

Este processo é repetido tantas vezes quantas as necessárias e termina, ou no último período em que o agente tem disponibilidade, ou quando este atinge o seu período máximo diário, desde que não esteja posicionado num período onde ainda apresenta disponibilidade

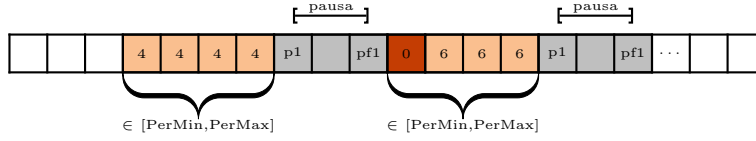


Figura 5.5. Exemplo de horário obtido para agentes não liberais

obrigatória, ou seja, quando ainda é obrigado a estar a trabalhar. Outra situação que pode ocorrer é o agente não perfazer a duração mínima de trabalho necessária sendo gerada uma mensagem de erro com essa indicação. A geração dessa mensagem de erro só faz sentido caso o parâmetro *DurMinGoal* assuma o valor *false*.

No caso dos agentes liberais o processo de afectação é um pouco diferente já que este tipo de agente não pode estar afecto ao serviço zero nem lhe são atribuídas pausas. Assim, para este tipo de agente começa-se por ver se os períodos consecutivos em que o agente apresenta disponibilidade são suficientes para ele fazer um bloco com as dimensões permitidas, como demonstra a figura 5.6.

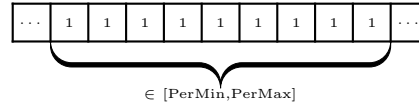


Figura 5.6. Verificação da disponibilidade do agente liberal

Simultaneamente, a heurística verifica se os serviços para os quais o agente tem *skill* apresentam necessidades superiores a zero (figura 5.7). Caso nesses períodos consecutivos não haja necessidade estritamente positiva nos serviços em que o agente está habilitado a trabalhar não é possível atribuir-lhe afectações.

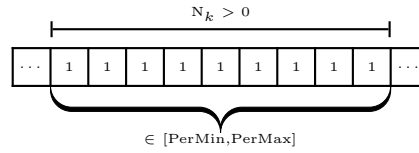


Figura 5.7. Heurística Agentes Liberais: verificação das necessidades dos serviços

Se as condições anteriores de admissibilidade forem cumpridas, ou seja, se o agente apre-

sentar disponibilidade consecutiva dentro do intervalo autorizado e se nesses períodos as necessidades para os serviços forem superiores a zero repete-se o processo tantas vezes quantas as permitidas. No final avalia-se se o agente cumpriu a duração mínima de trabalho exigido e não excedeu a máxima. Caso se verifiquem todas as condições é possível construir o respectivo horário. A figura 5.8 exemplifica um horário obtido.



Figura 5.8. Exemplo de horário para agentes liberais

Da heurística obtém-se um *output* semelhante ao resultante do modelo original, ou seja, são marcados os respectivos inícios e fins de bloco e para os agentes não liberais, também os inícios e fins de pausa.

Como a heurística se baseia nas necessidades para afectar os agentes aos serviços, a função objectivo associada às soluções obtidas pela heurística é a minimização dos desvios, representado pela variável $ed(j, k)$. Este facto ficou evidenciado pela afectação dos serviços se regerem pelas maiores necessidades. Porém, outros objectivos podem ser considerados.

O diagrama da figura 5.9 mostra as possíveis formas de obter a solução do problema, nesta fase já com a integração da heurística.

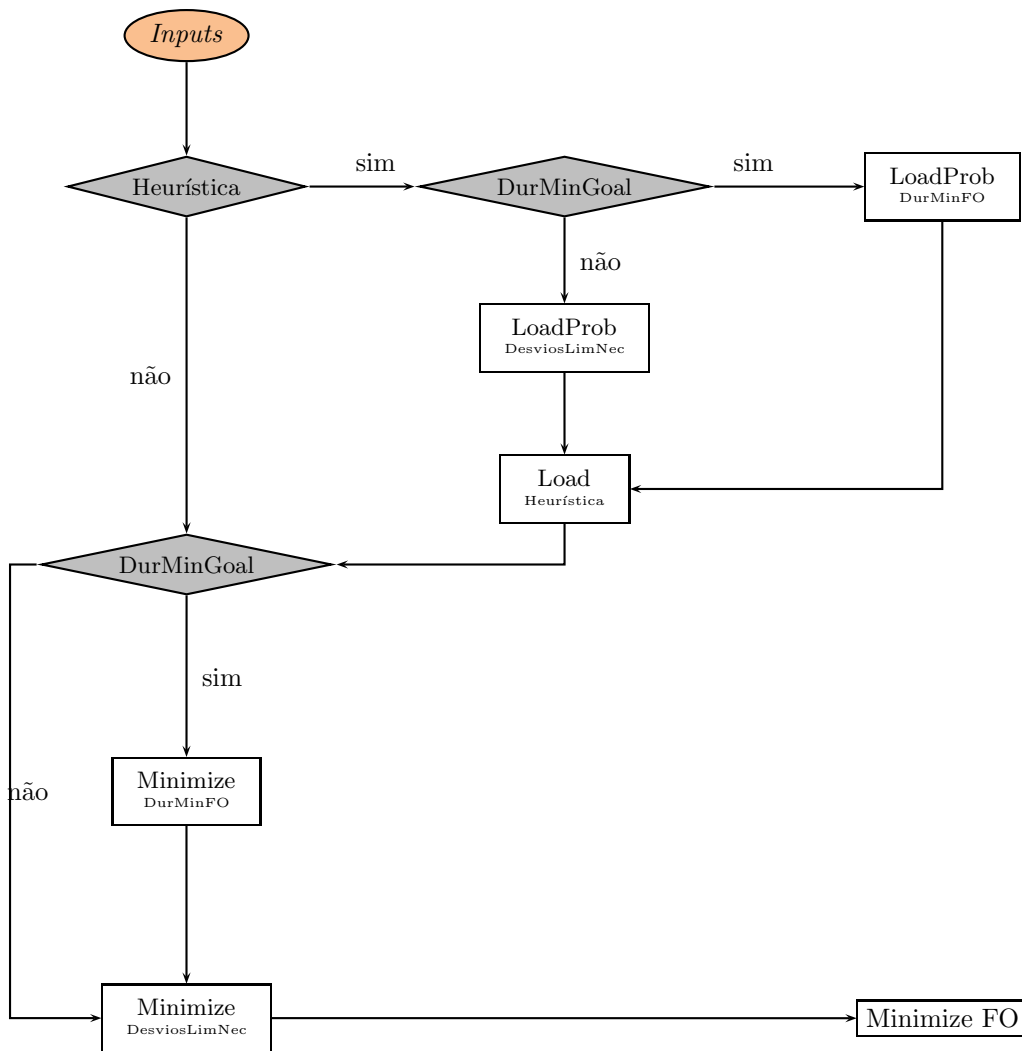


Figura 5.9. Diagrama com todas as possibilidades de resolução do problema

Capítulo 6

Modelos Alternativos e Resultados

Existem várias formas de estudar a qualidade de um modelo. Uma abordagem bastante utilizada é a da relaxação linear do modelo. A relaxação linear de um problema consiste em substituir as restrições de integralidade pelas respectivas restrições lineares, ou seja, as restrições que garantem que as variáveis de decisão só assumem valores inteiros positivos são substituídas por restrições que apenas garantem que essas variáveis assumem valores positivos. Os resultados obtidos pela relaxação linear dos modelos, num problema de minimização, são um bom limite inferior da solução inteira já que o valor obtido através da resolução do problema inteiro nunca será inferior ao obtido pela respectiva relaxação linear, no limite poderão ser coincidentes.

Embora a heurística seja um bom primeiro passo para tornar a obtenção de soluções menos morosa, existem outras formas para tentar melhorar o tempo de execução de um modelo. Uma delas é criar modelos estendidos, ou seja, a partir das variáveis já existentes criar outras novas, que de alguma forma incorporem mais informação tornando a obtenção de soluções mais rápida. Assim, apresentam-se 3 formulações estendidas para o mesmo problema, utilizando diferentes variáveis de decisão. Para qualquer uma das formulações são sempre considerados os conjuntos definidos anteriormente e os que são criados especificamente para a formulação em questão, e por simplificação, as pausas não estão modeladas. Para comparação destes modelos com o apresentado anteriormente, considera-se uma simplificação do mesmo denominado modelo Original, onde são consideradas todas as restrições, excepto

as referentes a pausas.

1. Modelo *Order Indexed Scheduling*

Neste modelo a ordem do período do bloco está associado à própria variável, ou seja, a variável $x_{i,j,k,l}$ assume o valor 1 caso o agente i , no período j esteja afecto ao serviço k , estando na l -ésima posição do bloco em que está a operar, e 0 caso contrário. Note-se que l varia entre 1 e o tamanho máximo que um bloco pode ter (PerMax). Considere-se então \mathcal{L} o conjunto das posições que podem existir num bloco.

Assim,

$$x(i, j, k, \mathcal{L}) = x(i, j, k)$$

A figura 6.1 exemplifica um bloco de afectações para um determinado agente i . Considere-se que PerMin e PerMax são coincidentes, com valor 4. Deste modo, os blocos terão todos de ter dimensão 4.

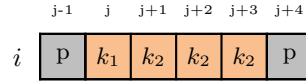


Figura 6.1. Variável $x_{ijk l}$

As variáveis iriam assumir assim os seguintes valores:

$$x_{i,j,k1,1} = 1$$

$$x_{i,j+1,k2,2} = 1$$

$$x_{i,j+2,k2,3} = 1$$

$$x_{i,j+3,k2,4} = 1$$

Como a variável incorpora para um bloco de afectações a posição em que está, torna mais fácil a modelação da dimensão máxima que os blocos podem assumir. Por outro lado, também não há necessidade de recorrer às variáveis s já que esta está associada à posição 1 do bloco. Quanto à variável f , também não se sentiu necessidade de a incorporar.

A formulação do problema, recorrendo apenas à variável $x_{i,j,k,l}$ é a seguinte:

$x(i, j, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \leq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}$
$x(\mathcal{O}_{jk}, j, k, \mathcal{L}) + ed(j, k) - ee(j, k) = N(j, k)$	$\forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}$
$x(i, j - 1, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \leq 1 - x(i, j, \mathcal{C}_0, 1)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}$
$x(i, j + 1, \mathcal{C}_0, l + 1) \geq x(i, j, \mathcal{C}_0, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}$ $l \in \{1, \dots, \text{PerMin}-1\}$
$x(i, j, \mathcal{C}_0, l + 1) \leq x(i, j - 1, \mathcal{C}_0, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}$ $l \in \{1, \dots, \text{PerMax}-1\}$
$x(i, \{j, \dots, j + \text{ServMin} - 1\}, k, l) \geq \text{ServMin} * x(i, j, k, l)$ $- I_{[N(j-1, k) > 0]} * \text{ServMin} * x(i, j - 1, k, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, k \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}$
$x(i, \{ITrab_{i,d,1}, \dots, ITrab_{i,d,2}\}, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \geq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$
$x(i, \{FTrab_{i,d,2}, \dots, FTrab_{i,d,1}\}, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \geq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$
$x(i, \{(w - 1) * \text{TPD} + 1, \dots, w * \text{TPD}\}, k, \mathcal{L}) \geq \text{DurMinTrab}$	$\forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}_0, w \in \mathcal{ND}$
$x(i, \{(w - 1) * \text{TPD} + 1, \dots, w * \text{TPD}\}, k, \mathcal{L}) \leq \text{DurMaxTrab}$	$\forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}_0, w \in \mathcal{ND}$
$x(\mathcal{O}, j, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \leq o^* \text{espaco}$	$\forall j \in \mathcal{P}$

2. Modelo *Order Indexed Starts and Ends*

Neste modelo existe a variável $x_{i,j,k}$ que tem o valor 1 caso o agente i , no período j esteja afecto ao serviço k . Existe também a variável $s_{i,j,t}$ onde t representa a ordem do bloco, ou seja, esta variável ter o valor 1 significa que o agente i , no período j está a iniciar o t -ésimo bloco. O raciocínio é análogo para a variável $f_{i,j,t}$ mas referindo-se ao fim de bloco.

Convencionou-se que o número máximo de blocos possíveis de se fazer é dado por $\text{MaxBloco} = \lfloor \frac{T}{\text{PerMin}} \rfloor$. O conjunto referente ao número de blocos possíveis de efectuar é representado por \mathcal{MB} .

Assim, para esta abordagem ao problema

$$s(i, j, \mathcal{MB}) = s(i, j) \quad \text{e} \quad f(i, j, \mathcal{MB}) = f(i, j)$$

Para a figura 6.2 considere-se que está a ser executado o primeiro e segundo blocos de uma simulação (horizonte temporal) para um determinado agente i .

De acordo com a figura é possível observar que valores é que as variáveis s e f iriam assumir. A variável x irá ter naturalmente o valor 1, nos períodos onde existem afectações. A formulação obtida com as variáveis descritas anteriormente é:

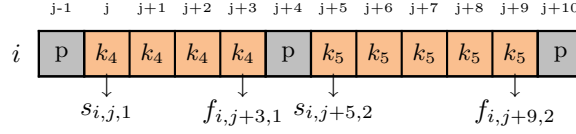


Figura 6.2. Variável x_{ijk} e s_{ijt} e $f_{i,j,t}$

$$\begin{aligned}
x(\mathcal{O}_{jk}, j, k) + ed(j, k) - ee(j, k) &= N(j, k) & \forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C} \\
s(i, j, t) &\leq 1 - f(i, j - 1, t - 1) & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, t \in \{1, \dots, MB - 1\} \\
s(i, j, t + 1) &\leq s(i, \{1, \dots, j - \text{PerMin}\}, t) & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, t \in \{1, \dots, MB - 1\} \\
s(i, j, MB) &\leq 1 & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \\
f(i, j, MB) &\leq 1 & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \\
x(i, j, \mathcal{C}_0) &\leq 1 & \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P} \\
x(i, j, \mathcal{C}_0) &= s(i, \{1, \dots, j\}, MB) - f(i, \{1, \dots, j - 1\}, MB) & \forall i \in \mathcal{O}_{jk}, j \in \mathcal{P} \\
s(i, \mathcal{P}, t) &= f(i, \mathcal{P}, t) & \forall i \in \mathcal{O}, t \in MB \\
s(i, j, t) &\leq f(i, \{j + \text{PerMin} - 1, \dots, j + \text{PerMax} - 1\}, t) - \\
&\quad [s(i, \{j + 1, \dots, T\}, MB) - f(i, \{j + \text{PerMax}, \dots, T\}, MB)] & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, t \in MB \\
x(i, ITrab_{i,d,2}, \mathcal{C}_0) + s(i, \{ITrab_{i,d,1}, \dots, ITrab_{i,d,2}\}, 1) &\geq 1 & \forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND} \\
x(i, \{(d - 1) * \text{TPD} + 1, \dots, d * \text{TPD}\}, k) &\geq \text{DurMinTrab} & \forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}_{jk}, d \in \mathcal{ND} \\
x(i, \{(d - 1) * \text{TPD} + 1, \dots, d * \text{TPD}\}, k) &\leq \text{DurMaxTrab} & \forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}, d \in \mathcal{ND} \\
x(i, \{j, \dots, j + \text{ServMin} - 1\}, k) &\geq \text{ServMin} * x(i, j, k) \\
-\text{ServMin} * x(i, j - 1, k) & & \forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, k \in \mathcal{C} \\
x(\mathcal{O}, j, \mathcal{C}_0) &\leq o * \text{espaco} & \forall j \in \mathcal{P}
\end{aligned}$$

3. Modelo *Order Indexed Scheduling, Starts and Ends*

Este modelo resulta de uma fusão entre o modelo Original e o OIS. Do primeiro utilizam-se as variáveis $s(i, j)$ e $f(i, j)$, e do OIS mantém-se a variável $x(i, j, k, l)$. Como se trata de um modelo que deriva de outros dois, as restrições que o constituem, ou pertencem ao modelo Original, ou ao OIS. Apresentam-se assim as restrições:

$x(i, j, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \leq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}$
$x(\mathcal{O}_{jk}, j, k, \mathcal{L}) + ed(j, k) - ee(j, k) = N(j, k)$	$\forall j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{C}$
$x(i, j - 1, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \leq 1 - x(i, j, \mathcal{C}_0, 1)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}$
$x(i, j + 1, \mathcal{C}_0, l + 1) \geq x(i, j, \mathcal{C}_0, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}, l \in \{1, \dots, PerMin - 1\}$
$x(i, j, \mathcal{C}_0, l + 1) \leq x(i, j - 1, \mathcal{C}_0, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, l \in \{1, \dots, PerMax - 1\}$
$x(i, \{j, \dots, j + ServMin - 1\}, k, l) \geq ServMin * x(i, j, k, l) - I_{[N(j-1, k) > 0]} * ServMin * x(i, j - 1, k, l)$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P} \setminus \{1\}, k \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}$
$x(i, \{(d - 1) * TPD + 1, \dots, d * TPD\}, k, \mathcal{L}) \geq DurMinTrab$	$\forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}, d \in \mathcal{ND}$
$x(i, \{(d - 1) * TPD + 1, \dots, d * TPD\}, k, \mathcal{L}) \leq DurMaxTrab$	$\forall i \in \mathcal{O}, k \in \mathcal{C}, d \in \mathcal{ND}$
$x(i, j, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) = s(i, \{1, \dots, j\}) - f(i, \{1, \dots, j - 1\})$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}$
$f(i, \mathcal{P}) = s(i, \mathcal{P})$	$\forall i \in \mathcal{O}$
$s(i, j) \leq f(i, \{j + PerMin - 1, \dots, j + PerMax - 1\}) - [s(i, \{j + 1, \dots, T\}) - f(i, \{j + PerMax, \dots, T\})]$	$\forall i \in \mathcal{O}, j \in \mathcal{P}$
$x(i, \{ITrab_{i,d,1}, \dots, ITrab_{i,d,2}\}, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \geq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$
$x(i, \{FTrab_{i,d,2}, \dots, FTrab_{i,d,1}\}, \mathcal{C}_0, \mathcal{L}) \geq 1$	$\forall i \in \mathcal{O}, d \in \mathcal{ND}$

4. Modelo Original

Para efeitos de comparação de modelos utilizaram-se do modelo original as restrições 4.1, 4.14, 4.4, 4.3, 4.20, 4.6, 4.8, 4.9, 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26 do modelo apresentado no capítulo 3.

Em qualquer uma das formulações, a função objectivo a otimizar é dada por

$$\min \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{C}} ed_{j,k}$$

Do modelo Original resultaram duas variantes, o modelo OIS e o OISE, onde cada um deles tem a generalização de uma ou duas variáveis do Original. Para obter maior consistência nos resultados, optou-se testar um quarto modelo, que advém da união da variável x do modelo OIS, com as variáveis s e f do modelo Original. O esquema seguinte pretende sistematizar as formulações estendidas.

Foram efectuados vários testes nos diferentes modelos. Os inputs utilizados foram gerados

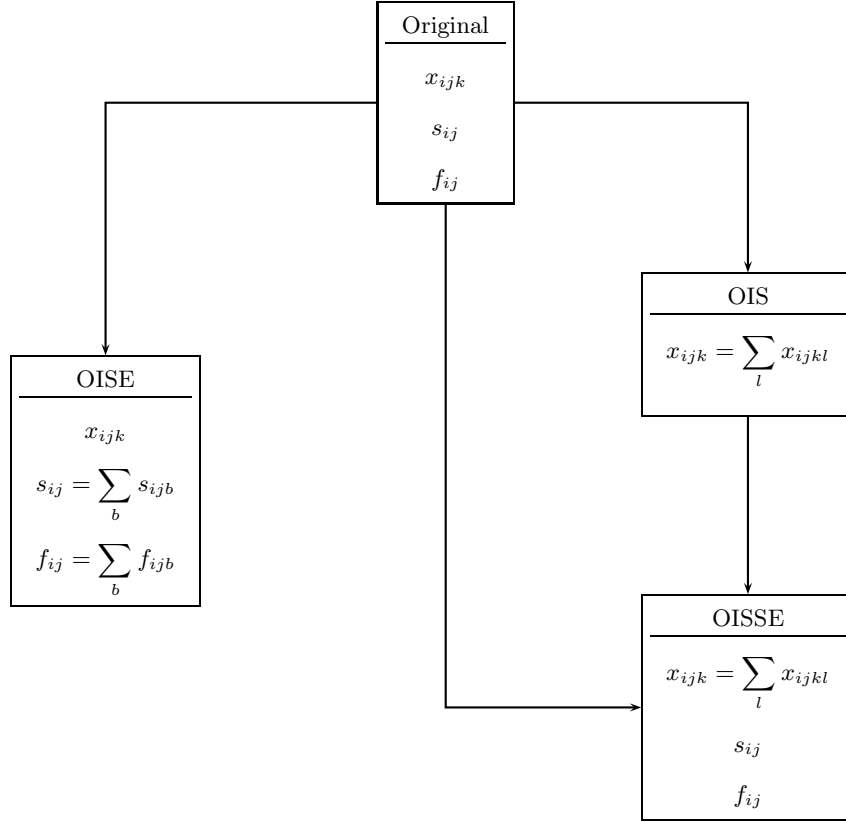


Figura 6.3. Modelos estendidos

aleatoriamente de acordo com o número de agentes, períodos e serviços dado, considerando sempre as regras impostas. Os resultados obtidos para as diferentes instâncias estão na tabela 6.1 onde a primeira coluna da tabela representa o número de agentes (\mathcal{O}), períodos (\mathcal{P}) e serviços (\mathcal{C}). Quando não foi possível obter soluções por falta de memória da máquina, representou-se esse resultado por *out of memory* (oom). Os *Gaps* considerados são calculados através da diferença relativa entre o valor da relaxação linear e da solução inteira.

De acordo com os resultados obtidos é possível observar que dos diferentes modelos se obtêm diferentes valores de relaxação linear, para algumas instâncias. Por exemplo, na décima instância representada na tabela 6.1, os resultados da relaxação linear são diferentes para os quatro modelos o que permite inferir que existe uma grande riqueza a nível de informação fornecida pelas diferentes formulações. Este facto vem de alguma forma consolidar

a ideia de que vale a pena investir em formulações estendidas para se obter melhores resultados, de forma mais célere. Analisando os resultados de uma forma geral conclui-se que o modelo OISSE é o que produz melhores resultados, seguido do OIS. Estes dois modelos estendidos são muito idênticos na sua essência, embora o OISSE tenha as variáveis s e f e o OIS não, e numa abordagem futura seriam os modelos que valeria a pena investir já que com eles obtém-se melhores resultados de relaxação linear e muitas vezes são os modelos mais rápidos. O modelo OISE é, nesta perspectiva, o que produz piores resultados, no sentido em que se obtém piores valores de relaxação linear, e em alguns casos de forma mais morosa.

Dados $O; P; C$	Relaxação Linear					Solução Inteira				Gap			
		OISSE	OIS	OISE	Orig	OISSE	OIS	OISE	Orig	OISSE	OIS	OISE	Orig
200; 24; 50	FO	10930	10930	10927	10927	10930				0%	0%		0,03%
	Time	12,6s	6,9s	24s	2s	535,4s	20,89s	oom	108,26s				
15; 24; 5	FO	1228	1228	1228	1225	1228				0%	0%	0%	0,24%
	Time	0,1s	0,1s	0,2s	0s	0,8s	0,09s	0s	0s				
15; 24; 10	FO	2976	2976	2976	2966,73	2976				0%	0%	0%	0,31%
	Time	0,8s	0,1s	0,5s	0,1s	1s	0,1s	0,3s	0,4s				
50; 150; 25	FO	45099	45099		45099	45099				0%	0%		0%
	Time	79,2s	43,5s	oom	3,7s	45s	74,16s	oom	18,3s				
20; 200; 30	FO	72370	72370	72370	72370	72370							0%
	Time	653,35s	322,4s	4545,46s	4,7s	oom	oom	oom	28,49s				
15;240; 30	FO	87406	87406	87406	87406	87409				0%	0%		
	Time	118,06s	156,7s	1270,36s	2,7s	254,8s	170,71s	oom	oom				
20; 30; 300	FO	108462	108462	108462	108462	108462				0%	0%	0%	0%
	Time	9,39s	6,1s	2,7s	0,8s	32,04s	17,16s	5,83s	1,08s				
150; 100; 30	FO	36199	36199	36198	36198	36199				0%	0%		0%
	Time	492,34s	22,1s	359,2s	16,2s	1000s	705,94s	oom	211,29s				
20; 24; 500	FO	145551	145551	145551	145551	145551				0%	0%	0%	0%
	Time	7,3s	17,2s	1,8s	0,7s	78s	61,4s	2,2s	2,1s				
40; 24; 5	FO	999,464	999,183	999,048	994	1001				0,15%	0,18%	0,2%	0,7%
	Time	0,4s	0,2s	0,6s	0,1s	3s	4,38s	3,24s	0,9s				
20; 48; 5	FO	2047,5	2047,5	2041,63	2041,5	2050				0,12%	0,12%	0,41%	0,41%
	Time	0,2s	0,1s	2,9s	0,2s	1,9s	0,9s	31,37s	0,7s				
200; 24; 10	FO	1611,17	1611,17	1610	1599,17	1616				0,3%	0,3%	0,37%	1,04%
	Time	20,6s	8,4s	5,9s	1,7s	1404,08s	633,91s	213,3s	37,92s				
100; 24; 10	FO	2090,5	2090,5	2085,86	2070,5	2091				0,02%	0,02%	0,25%	0,98%
	Time	11,7s	0,8s	3,2s	0,5s	71,7s	2,85s	26,49s	0,4s				
80; 12; 6	FO	454	454	440,5	437	454				0%	0%	2,97%	3,74%
	Time	0,3s	0,2s	0,3s	0,1s	2,1s	0,9s	2,6s	1,8s				
175; 24; 15	FO	2664,5	2664,5	2616,13	2615,5	2665				0,02%	0,02%	1,83%	1,86%
	Time	4s	0,9s	5,5s	1,5s	53,2s	4,6s	150,9s	16,7s				
118; 24; 20	FO	4220	4220	4205,17	4201,17	4220				0%	0%	0,35%	0,45%
	Time	1,9s	0,8s	2,7s	0,8s	90,3s	15,3s	45,66s	16,2s				
250; 24; 25	FO	4380	4380	4351	4351	4380				0%	0%		0,66%
	Time	23,2s	5s	113s	7s	197,87s	141,7s	oom	4614,7s				

Tabela 6.1. Tabela Resultados

Capítulo 7

Considerações Finais

Ao longo deste trabalho apresentaram-se todas as fases que constituem o WFS. Sendo o *Forecasting* o processo de previsão das unidades de serviço é importante que os modelos de previsão saibam lidar com as constantes mudanças que os sistemas estão sujeitos. Com base na previsão dos serviços surge o *Staffing*, que tem como objectivo dimensionar correctamente a força de trabalho. Esta fase inclui não só o processo de recrutamento de novos colaboradores (*recruitment*), mas também a adaptação dos agentes disponíveis e dos agentes a contratar às realidades que vão surgindo (*skilling*). Os processos de *skilling* e *recruitment* ganham assim uma grande importância na temática do WFS.

Num próximo passo será desenvolvido um modelo de *Staffing* para agentes *multiskilled*. Este tipo de modelo deverá dar ao gestor informação relativa ao dimensionamento das suas equipas de trabalho, de forma a cumprir os níveis de serviço impostos da forma mais eficiente. Ao contrário dos modelos de *Staffing* tradicionais, que embora sejam aplicados em ambientes *multiskilled*, tratam de forma isolada os diversos serviços. Uma abordagem mais robusta tratará globalmente do problema, tirando partido de requisitos mais baixos de um serviço num certo período, para compensar noutro. A criação deste tipo de modelos não é frequente, e dado o seu carácter inovador seria uma abordagem bastante interessante que pode vir a ser realizada.

Na fase final da operacionalização, o *Scheduling*, que consiste em atribuir horários aos agentes, a construção de um modelo de optimização foi bastante benéfico já que, em alternativa à abordagem algorítmica, os resultados obtidos são de grande qualidade, o que implica uma boa calendarização de tarefas, tendo sempre em linha de conta os custos associados.

O desenvolvimento de modelos em programação matemática permite saber qual o impacto que cada elemento do sistema, quer agentes ou serviços, quer regras de negócio ou outro tipo de restrições, têm a nível de custos no valor da solução. Este impacto, quantificado através de preços sombra permite ao gestor ter a real noção do efeito que as suas decisões têm sobre o resultado final. Veja-se por exemplo a restrição referente ao espaço disponível para a realização das tarefas. Que impacto teria a remoção dessa restrição? É através da análise de preços sombra que se pode fazer este tipo de análise, extremamente útil para o gestor, já que é possível avaliar permanentemente a qualidade das soluções obtidas com via a uma maior rentabilização do sistema. Este tipo de análise permite avaliar, por exemplo, decisões de *skilling* e *recruitment*.

Neste trabalho foi apresentado o modelo implementado e os modelos estendidos, que de alguma forma direccionam as decisões a tomar futuramente para melhorar a ferramenta de auxílio. Num próximo passo deverão ser incluídas as pausas nos modelos estendidos. Incluir a calendarização das pausas nos modelos estendidos aumenta o grau de complexidade dos mesmos e será interessante analisar os resultados que daí advenham. A análise dos modelos com a inclusão das pausas poderá alterar o cenário actual de resultados, no sentido em que não se pode assim inferir que o modelo OISSE irá manter-se como o que apresenta melhores resultados face aos restantes. Será através de um novo trabalho de modelação que se poderá estudar alternativas ao modelo já existente e daí poder avançar para uma maior abrangência em termos funcionais da ferramenta de apoio à decisão.

Ao longo da dissertação foi referido várias vezes que a contratação de novos recursos ou da formação dos já existentes são decisões de elevado valor estratégico. A tomada de decisões nestes domínios acarreta um elevado grau de responsabilidade pelo impacto económico que representa. Contratar um novo recurso acarreta um custo de formação inicial e o próprio custo de contratação, por outro lado formar um recurso já existente tem, para além do custo de formação, a perda que se gera no funcionamento de outros serviços. Se o agente tinha formação para trabalhar em alguns serviços, adquirindo formação para trabalhar noutro serviço torna-o menos disponível para operar nos serviços para os quais já tinha formação, e nos momentos que está em formação não está a trabalhar em nenhum serviço. Embora no seguimento do trabalho feito até agora já se tenha começado a implementar um modelo de contratação, no âmbito desta dissertação será apenas referido como futuro passo a dar. As decisões de contratar e formar agentes não devem ser espontâneas e um modelo de decisão para contratar e atribuir-lhes *skills* tem uma grande relevância estratégica, dado que permite

ao planeador recorrer a uma ferramenta de optimização para obter respostas.

Todo o trabalho desenvolvido até à data, deverá vir a ser integrado numa ferramenta de gestão, que integre os três processos do WFS e que sirva de auxílio aos gestores. Não se pretende com a criação deste tipo de sistemas de apoio à decisão que o sistema substitua por completo o papel do gestor. O objectivo é facilitar a tomada de decisões importantes para o sucesso económico da empresa. Considerando as regras de negócio, as imposições referidas ao longo do trabalho, mas também a preferência dos colaboradores, o desenvolvimento de uma ferramenta que consiga levar todos estes aspectos em consideração para a tomada de decisões, é o que se pode chamar de uma ferramenta completa, já que coloca os interesses da empresa, e consequentemente dos colaboradores em linha de conta, contribuindo assim para o aumento de lucros, do volume de negócios e crescimento global da empresa.

Bibliografia

- [1] Bruce Andrews and Henry Parsons. Establishing Telephone-Agent Staffing Levels through Economic Optimization. *Interfaces*.
- [2] Bruce H. Andrews and Shawn M. Cunningham. LL Bean Improves Call-Center Forecasting. *Interfaces*, 25.
- [3] Nagraj Balakrishnan and Richard T. Wong. A Network Model for the Rotating Workforce Scheduling Problem. *Networks*, 20.
- [4] Michael J. Brusco, Larry W. Jacobs, and Robert J. Bongiorno. Improving Personnel Scheduling at Airline Stations. *Operations Research*, 43.
- [5] A. T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and D. Sier. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, 153.
- [6] Trajano Leme Filho. O Business Intelligence como apoio à formulação de estratégia. *Poster apresentado no Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, SEGeT 2007*.
- [7] Itay Gurvich, Mor Armony, and Avishai Mandelbaum. Service-Level Differentiation in Call Centers with Fully Flexible Servers. *Management Science*, 54.
- [8] Margarida Moz and Margarida Vaz Pato. Solving the Problem of Rerostering Nurse Schedules with Hard Constraints: New Multicommodity Flow Models. *Annals of Operations Research*, 128.
- [9] Vincent Valls, Ángeles Pérez, and Sacramento Quintanilla. Skilled workforce scheduling in Service Centres. *European Journal of Operational Research*, 193.